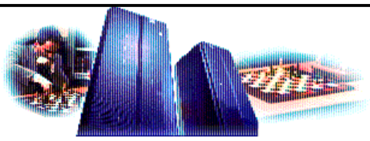
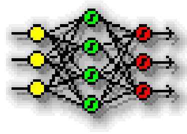




Sistemi Intelligenti Reinforcement Learning: Temporal Differences

Alberto Borghese

Università degli Studi di Milano
Laboratorio di Sistemi Intelligenti Applicati (AIS-Lab)
Dipartimento di Informatica
alberto.borghese@unimi.it

Barto and Sutton, Capitoli 3 e 6

Sommario

Le equazioni di Bellman

Differenze temporali

The RL updated picture

Agent

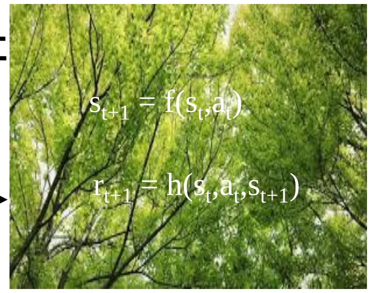
What the world is like now (internal representation)?

s_t s_{t+1}

r_t r_{t+1}

a_t

Environment



What action should I choose now? (policy)

Which is the value of my action (value function)?

a_t, dipende dalla situazione!

Meccanismo di apprendimento nel RL

Inizializzazione: se l'agente non agisce sull'ambiente non succede nulla. Occorre specifiare una policy iniziale.

Ciclo dell'agente (le tre fasi sono sequenziali):

1) Implemento una policy ($\pi(s,a)$)
2) Aggiorno la Value function ($Q^{\pi}(s,a)$)
3) Aggiorno la policy.

http:\\borghese.di.unimi.it\

Esempio: AIBO search

Azioni:
1) Rimanere fermo e aspettare che qualcuno getti nel cestino una lattina vuota.
2) Muoversi attivamente in cerca di lattine.
3) Tornare alla sua base (recharge station) e ricaricarsi.

Stato:
1) Alto livello di energia.
2) Basso livello di energia.

Azioni ammissibili (policy):
a(s = high) = {Search, Wait}
a(s = low) = {Search, Wait, Recharge}

Goal: collezionare il maggior numero di lattine.

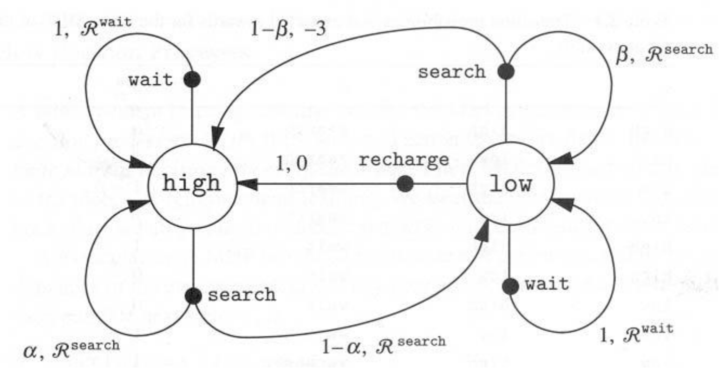
http:\\borghese.di.unimi.it\

Esempio di calcolo della Value function

Policy deterministica
a(high) = wait
a(low) = search

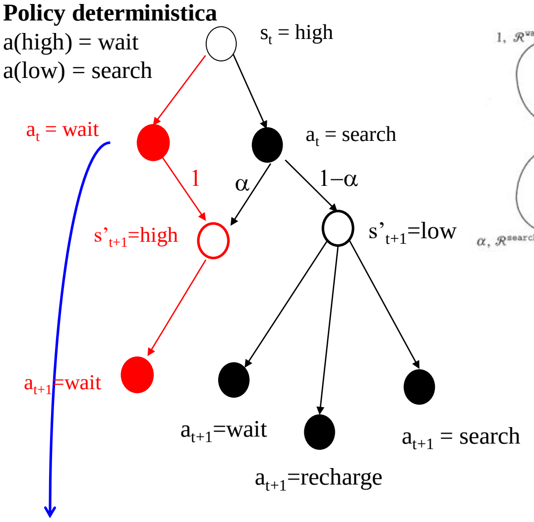
Value function
Q(high, search) = ?
Q(low, search) = ?

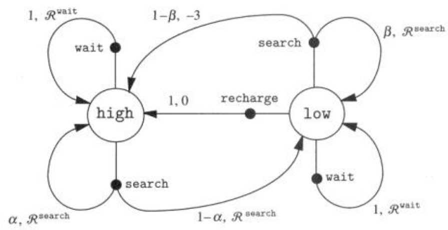
$\alpha = \Pr(s_{t+1} = High | s_t = High, a_t = Search) = 0.4$
$\beta = \Pr(s_{t+1} = Low | s_t = Low, a_t = Search) = 0.1$,
$\gamma = 0.8$, $R^{search} = 3$, $R^{wait} = 1$ $R^{dead} = -3$, $R^{auto} = 0$



Analisi ad un passo dal tempo t

Policy deterministica
a(high) = wait
a(low) = search





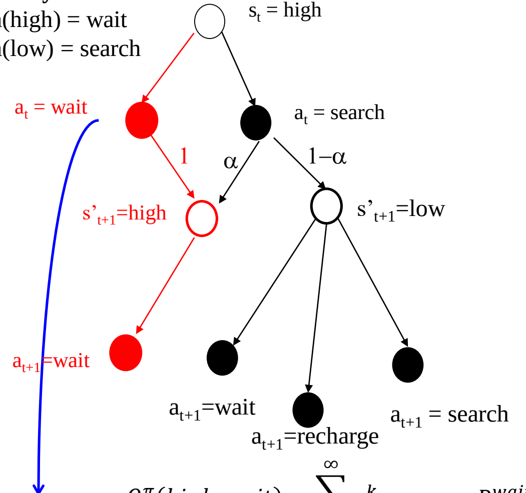
$$Q^\pi(s_t, a_t) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1}$$

$$Q^\pi(s_t, a_t) = E_\pi\{R_t | s_t = s, a_t = a\}$$

Analisi ad un passo dal tempo t

Policy deterministica
a(high) = wait
a(low) = search

$$Q^\pi(s_t, a_t) = E_\pi\{R_t | s_t = s, a_t = a\}$$



$$Q^\pi(high, wait) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1} =$$

$$R^{wait} + \sum_{k=1}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1} =$$

$$R^{wait} + \gamma \sum_{k=1}^{\infty} \gamma^{k-1} r_{t+k+1} =$$

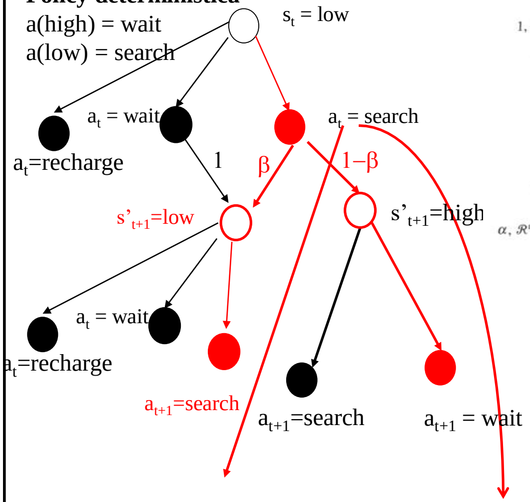
$$R^{wait} + \gamma \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+2}$$

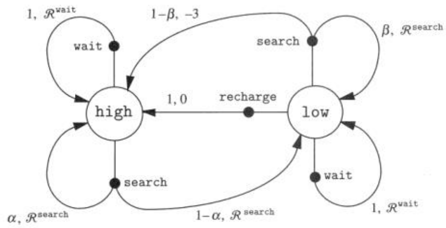
$$Q^\pi(high, wait) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1} = R^{wait} + \gamma Q^\pi(high, wait)$$

$Q^\pi(h,w) = [1 + 0.8\, Q^\pi(h,w)]$

Analisi ad un passo dal tempo t

Policy deterministica
a(high) = wait
a(low) = search





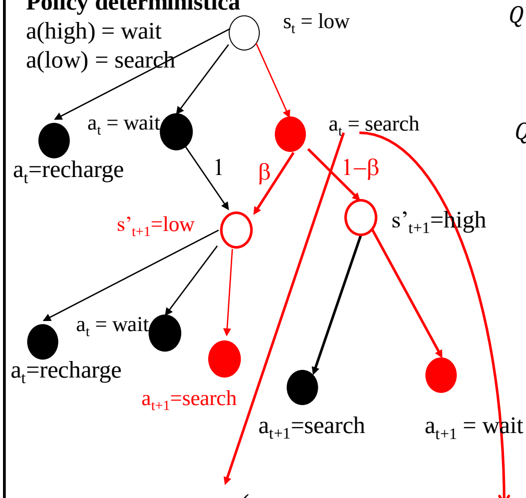
$$Q^{\pi}(s_t,a_t) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1}$$

$$Q^{\pi}(s_t,a_t) = E_{\pi}\{R_t | s_t = s, a_t = a\}$$

2 cammini possibili!!

Analisi ad un passo dal tempo t

Policy deterministica
a(high) = wait
a(low) = search



$$Q^{\pi}(s_t,a_t) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1}$$

$$Q^{\pi}(low, search) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1} =$$

2 cammini possibili!!

1) $R^{search} + \gamma Q^{\pi}(low, search)$

2) $R^{dead} + \gamma Q^{\pi}(low, high)$

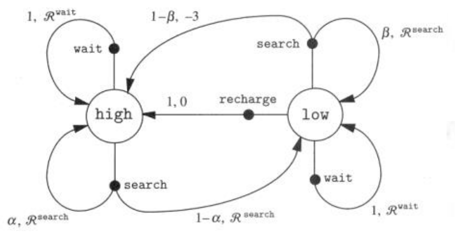
$$Q^{\pi}(low, search) = \beta\left(R^{search} + \gamma Q^{\pi}(low, search)\right) + \quad (1-\beta)\left(R^{dead} + \gamma Q^{\pi}(high, wait)\right)$$

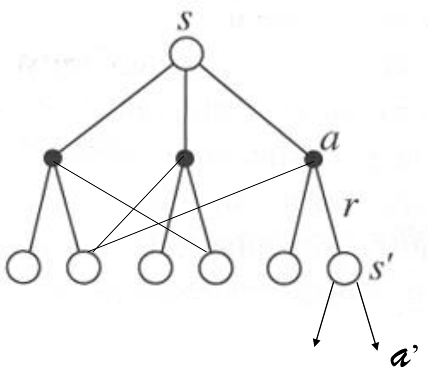
Q(l,s) = 0.1x[3+0.8xQ(l,s)]+0.9x[-3+0.8 Q(h,w)]

Contiene la probabilità di ricevere un reward γQ(s',a), condizionata a s_{t+1} = s'!

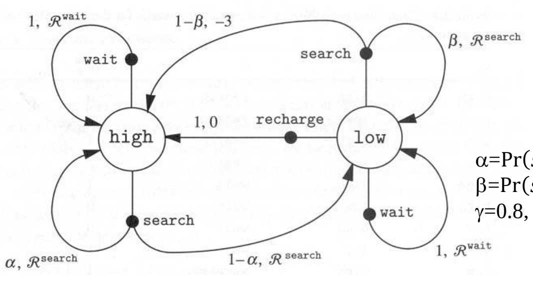
Valutazione policy stocastica

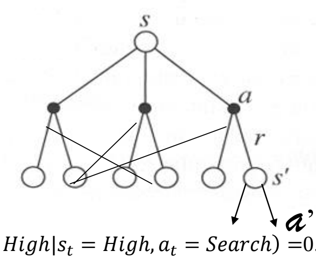
Nel valutare Q(s,a) dobbiamo valutare tutti i cammini che partono da ogni s'.





Policy stocastica





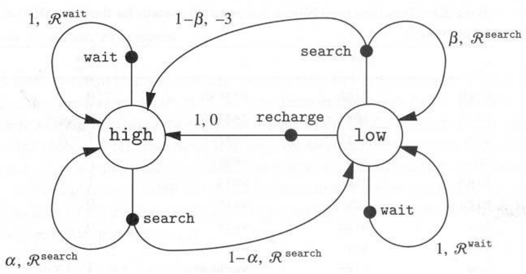
α=Pr($s_{t+1} = High|s_t = High, a_t = Search$) =0.4
β=Pr($s_{t+1} = Low|s_t = Low, a_t = Search$)=0.1,
γ=0.8, R^{search}=3, R^{wait}=1 R^{dead} = -3, R^{auto} = 0

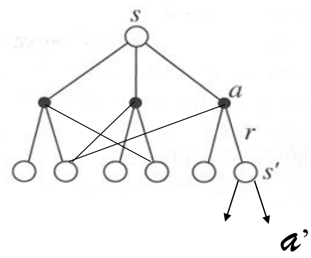
Q(high,wait) = 1 x {R^{wait}+γ [Pr(a'=search|high) **Q(high,search)**+ Pr(a'=wait|high) **Q(high,wait)**]}
Q(high,wait) = 1x {1+0.8[Pr(a'=search|high) **Q(high,search)** + Pr(a'=wait|high) **Q(high,wait)**]}

Q(high,search) = Pr($s_{t+1} = High|s_t = High, a_t = Search$) x
{R^{search}+γ [(Pr(a'=search|high) **Q(high,search)** + Pr(a'=wait|high) **Q(high,wait)**]} +
(1- Pr($s_{t+1} = High|s_t = High, a_t = Search$)) x
{R^{search}+γ [Pr(a'=search|low)**Q(low,search)**+Pr(a'=wait|low)**Q(low,wait)**+Pr(a'=recharge|low)**Q(low,rech)]}**

Q(high,search) = 0.4x{3+0.8[(Pr(a'=search|high)**Q(high,search)**+Pr(a'=wait|high) **Q(high,wait)**]} +
0.6x{3+0.8[Pr(a'=search|low)**Q(low,search)**+Pr(a'=wait|low)**Q(low,wait)**
+Pr(a'=recharge|low)**Q(low,rech)]}**

Policy stocastica





$\alpha=0.4$, $\beta=0.1$, $\gamma=0.8$,
$R^{search}=3$, $R^{wait}=1$ $R^{dead} = -3$, $R^{auto} = 0$

Q(low,wait) = 1 x {R^{wait}+γ [Pr(a'=search) **Q(low,search)**+ Pr(a'=wait) **Q(low,wait)** +
Pr(a'=recharge) **Q(low,reharge)**]}

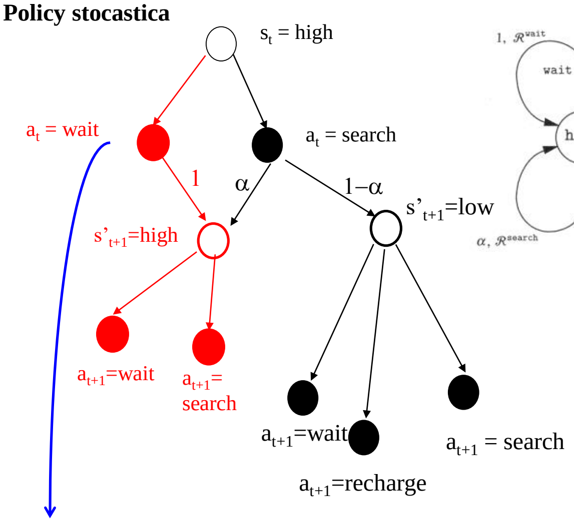
Q(low,search) = β x {R^{search}+γ [(Pr(a'=search) **Q(high,search)**+ Pr(a'=wait) **Q(high,wait)+**
Pr(a'=recharge) **Q(low,reharge)**]} +
(1-β) x {R^{dead}+γ [Pr(a'=search) **Q(high,search)**+ Pr(a'=wait) **Q(high,wait)]}**

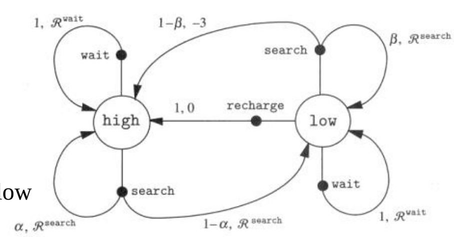
Q(low,recharge) = 1 x {R^{auto}+γ [(Pr(a'=search) **Q(high,search)**+ Pr(a'=wait) **Q(high,wait)**]}

5 equazioni in 5 incognite

Analisi ad un passo dal tempo t

Policy stocastica



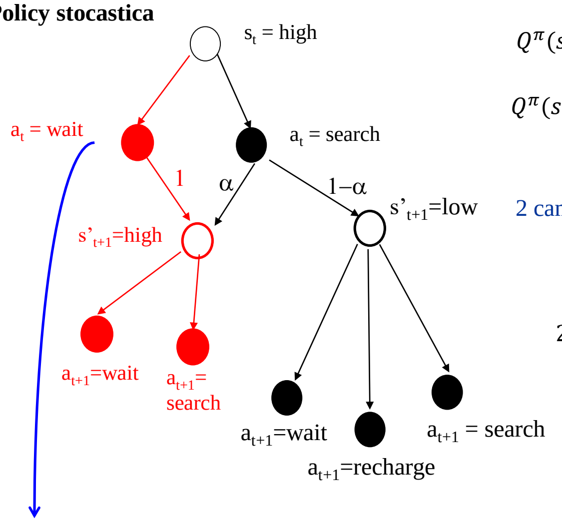


$$Q^{\pi}(s_t, a_t) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1}$$

$$Q^{\pi}(s_t, a_t) = E_{\pi}\{R_t | s_t = s, a_t = a\}$$

Analisi ad un passo dal tempo t

Policy stocastica



$$Q^{\pi}(s_t, a_t) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1}$$

$$Q^{\pi}(s_t, a_t) = E_{\pi}\{R_t | s_t = s, a_t = a\}$$

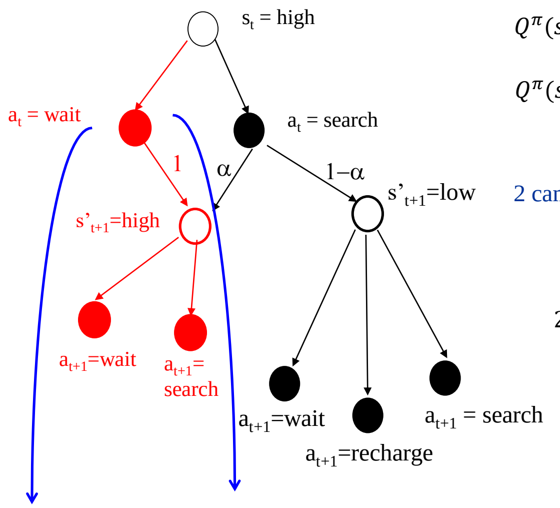
2 cammini possibili!!

1) $R^{wait} + \gamma Q^{\pi}(high, wait)$

2) $R^{wait} + \gamma Q^{\pi}(high, search)$

Analisi ad un passo dal tempo t

Policy stocastica (uniforme)



$$Q^{\pi}(s_t, a_t) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1}$$

$$Q^{\pi}(s_t, a_t) = E_{\pi}\{R_t | s_t = s, a_t = a\}$$

2 cammini possibili!!

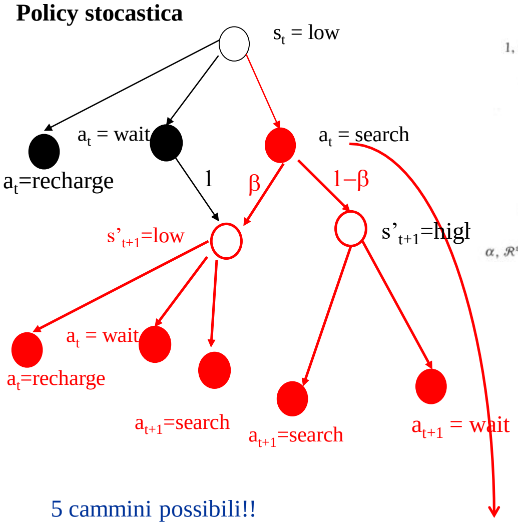
1) $R^{wait} + \gamma Q^{\pi}(high, wait)$

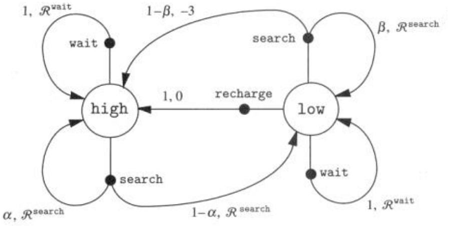
2) $R^{wait} + \gamma Q^{\pi}(high, search)$

$$Q^{\pi}(high, wait) = R^{wait} + 0.5\,\gamma\, Q^{\pi}(high, wait) + 0.5\gamma Q^{\pi}(high, search)$$

Analisi ad un passo dal tempo t

Policy stocastica





$$Q^{\pi}(s_t, a_t) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1}$$

$$Q^{\pi}(s_t, a_t) = E_{\pi}\{R_t | s_t = s, a_t = a\}$$

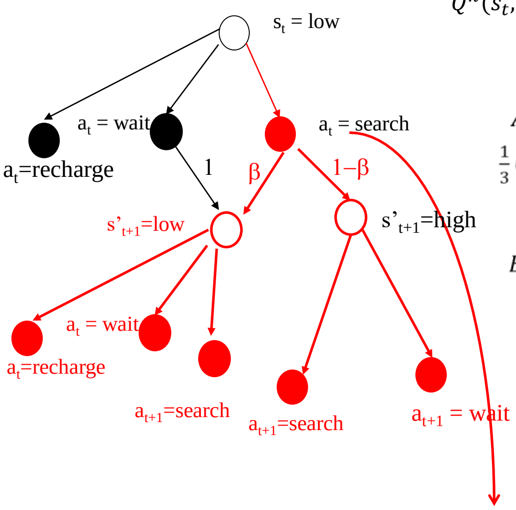
5 cammini possibili!!

$$Q^{\pi}(low, search) = E_{\pi}\{R_t | s_t = low, a_t = search\}$$

Analisi ad un passo dal tempo t

Policy stocastica (equiprobabile)

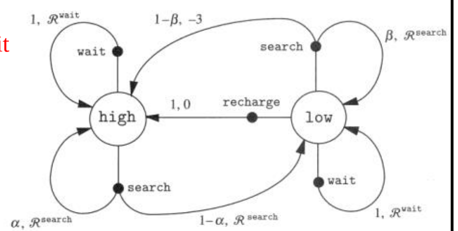
$$Q^{\pi}(s_t, a_t) = E_{\pi}\{R_t | s_t = s, a_t = a\}$$



5 cammini possibili!!

$$A)\ R^{search} + \gamma[\frac{1}{3} Q^{\pi}(low, search) + \frac{1}{3} Q^{\pi}(low, wait) + \frac{1}{3} Q^{\pi}(low, recharge)]$$

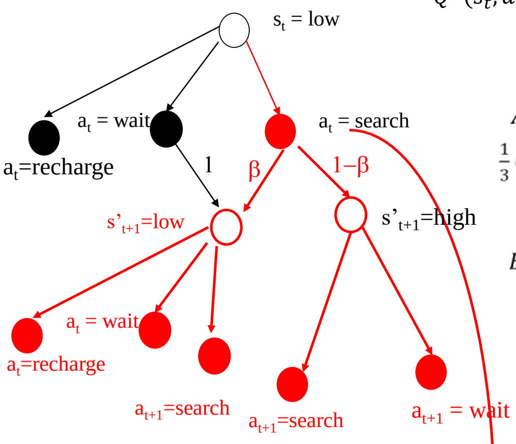
$$B)\ R^{dead} + \gamma[\frac{1}{2} Q^{\pi}(high, search) + \frac{1}{2} Q^{\pi}(high, wait)]$$



Analisi ad un passo dal tempo t

Policy stocastica (equiprobabile)

$$Q^\pi(s_t, a_t) = E_\pi\{R_t | s_t = s, a_t = a\}$$



5 cammini possibili!!

$$A)\ R^{search} + \gamma[\frac{1}{3}Q^\pi(low, search) + \frac{1}{3}Q^\pi(low, wait) + \frac{1}{3}Q^\pi(low, recharge)]$$

$$B)\ R^{dead} + \gamma[\frac{1}{2}Q^\pi(high, search) + \frac{1}{2}Q^\pi(high, wait)]$$

$$Q^\pi(low, search) = \beta[R^{search} + \gamma(\frac{1}{3}Q^\pi(low, search) + \frac{1}{3}Q^\pi(low, wait) + \frac{1}{3}Q^\pi(low, recharge))] + (1-\beta)\ [R^{dead} + \gamma(\frac{1}{2}Q^\pi(high, search) + \frac{1}{2}Q^\pi(high, wait))]$$

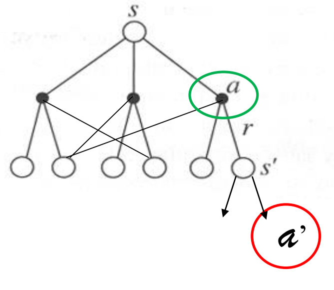
5 equazioni in 5 incognite

Calcolo ricorsivo della Value function

$$\boxed{Q^\pi(s_t, a_t) = E_\pi\{R_t | s_t = s, a_t = a\} = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1}}$$

$$\boxed{Q^\pi(s_{t+1}, a_{t+1}) = E_\pi\{R_t | s_{t+1} = s', a_{t+1} = a'\}}$$

Relazione tra Q^π(s,a) e Q^π(s',a')?



Calcolo ricorsivo della Value function

$$Q^{\pi}(s_t, a_t) = E_{\pi}\{R_t | s_t = s, a_t = a\} = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1}$$

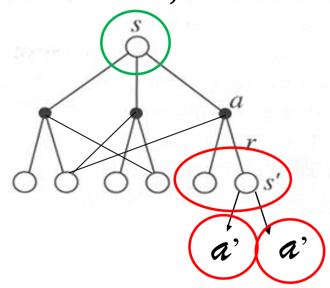
Isolo il reward ad un passo nella serie dei reward.

$$Q^{\pi}(s_t, a_t) = E_{\pi}\{\gamma^0 r_{t+1} + \sum_{k=1}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1} | s_t = s, a_t = a\} \Rightarrow$$

$$Q^{\pi}(s_t, a_t) = E_{\pi}\left\{\gamma^0 r_{t+1} + \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^{k+1} r_{t+k+2} | s_t = s, a_t = a\right\}$$

Io termine
(a un passo)

IIo termine
(passi futuri)



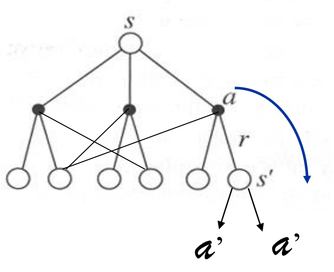
$Q^{\pi}(s,a)$: primo termine

$$P_{s \to s'|a} \triangleq \Pr(s_{t+1} = s' | s_t = s, a_t = a)$$

$$E_{\pi}\{r_{t+1} | s_t = s, a_t = a\} = \sum_{s'} P_{s \to s'|a} R_{s,s',a}$$

Per ogni stato-azione devo valutare:

- Più stati prossimi
- Reward stocastici nella transizione ad un passo

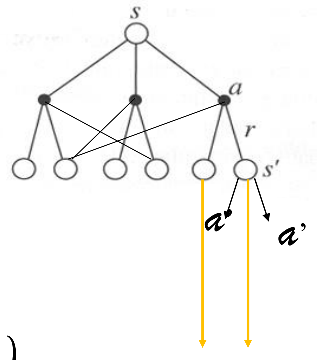


Visione Statistica: Probabilità di ottenere il reward: condizionata all'arrivare nello stato s': $R_{s \to s'|a_j}$

$Q^{\pi}(s,a)$: secondo termine

$$E_{\pi}\left\{\sum_{k=0}^{\infty}\gamma^{k+1}r_{t+k+2}\,|s_t=s,a_t=a\right\}$$

$$\mathrm{P}_{s\to s'|a} \triangleq \Pr(s_{t+1}=s'|s_t=s,a_t=a)$$



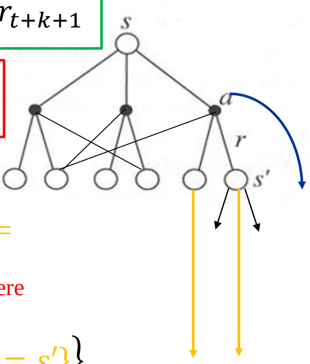
$$E_{\pi}\left\{\sum_{k=0}^{\infty}\gamma^{k+1}r_{t+k+2}\,|s_t=s,a_t=a\right\}$$

$$=\gamma\sum_{s'}\mathrm{P}_{s\to s'|a}\,E_{\pi}\left\{\sum_{k=0}^{\infty}\gamma^{k}r_{t+k+2}\,|s_{t+1}=s'\right\}$$

Putting all together

$$\boxed{Q^{\pi}(s_t,a_t)=E_{\pi}\{R_t|s_t=s,a_t=a\}=\textstyle\sum_{k=0}^{\infty}\gamma^{k}r_{t+k+1}}$$

$$\boxed{Q^{\pi}(s_{t+1},a_{t+1})=E_{\pi}\{R_t|s_{t+1}=s',a_{t+1}=a'\}}$$



$$\textstyle\sum_{s'}\mathrm{P}_{s\to s'|a}R_{s,s',a}+$$

$$=\gamma\textstyle\sum_{s'}\mathrm{P}_{s\to s'|a}\,E_{\pi}\,\{\sum_{k=0}^{\infty}\gamma^{k}r_{t+k+2}\,|s_{t+1}=s'\}=$$

Not yet there

$$\textstyle\sum_{s'}\mathrm{P}_{s\to s'|a}\left\{R_{s,s',a}+\gamma E_{\pi}\{\sum_{k=0}^{\infty}\gamma^{k}r_{t+k+2}\,|s_{t+1}=s'\}\right\}$$

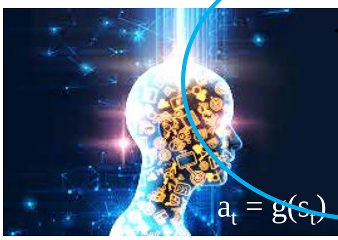
Io termine
(a un passo)

IIo termine
(passi futuri)

Un ciclo di interazione

Agent

What the world is like now (internal representation)?

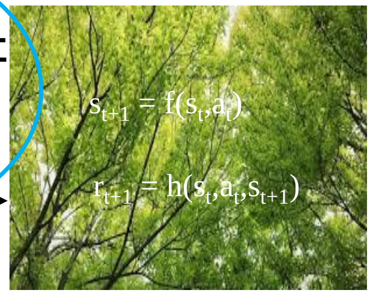


s_t r_t s_{t+1} r_{t+1} a_t

What action should I choose now? (policy)

Which is the value of my action (value function)?

Environment

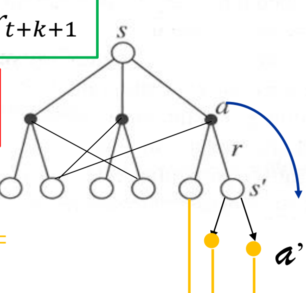


Dobbiamo completare un ciclo con la scelta dell'azione!

Formulazione ricorsiva

$$Q^\pi(s_t,a_t) = E_\pi\{R_t | s_t = s, a_t = a\} = \sum_{k=0}^{\infty}\gamma^k r_{t+k+1}$$

$$Q^\pi(s_{t+1},a_{t+1}) = E_\pi\{R_t | s_{t+1} = s', a_{t+1} = a'\}$$



$$\sum_{s'} \mathrm{P}_{s\to s'|a} R_{s,s',a} + $$
$$= \gamma \sum_{s'} \mathrm{P}_{s\to s'|a} E_\pi\left\{\sum_{k=0}^{\infty}\gamma^k r_{t+k+2} | s_{t+1} = s'\right\} =$$

$$\sum_{s'} \mathrm{P}_{s\to s'|a}\left\{R_{s,s',a} + \gamma \mathrm{P}_{a'|s'}\left\{E_\pi\left\{\sum_{k=0}^{\infty}\gamma^k r_{t+k+2} | s_{t+1} = s', a_{t+1} = a'\right\}\right\}\right\}$$

$$Q^\pi(s_t,a_t) = \sum_{s'} \mathrm{P}_{s\to s'|a}\left\{R_{s,s',a} + \gamma\sum_{a'}\pi(s',a')Q^\pi(s',a')\right\}$$

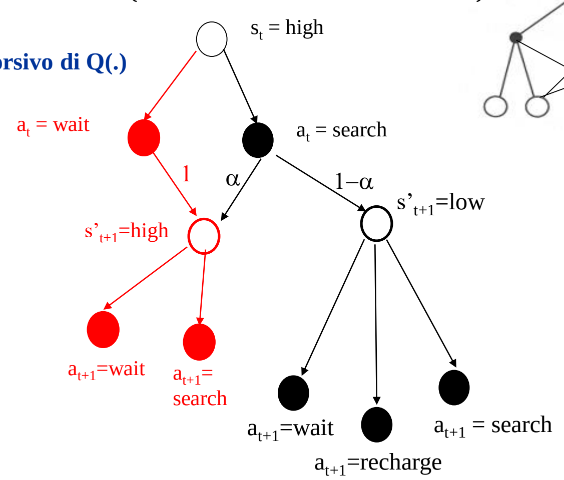
Io termine
(a un passo)

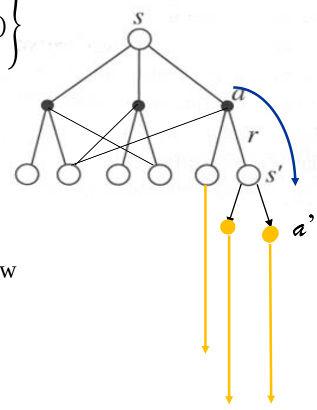
IIo termine
(passi futuri, per ogni azione a_{t+1})

Equazioni di Bellman

$$Q^{\pi}(s_t, a_t) = \sum_{s'} \mathrm{P}_{s \to s'|a} \left\{ R_{s \to s'|a} + \gamma \sum_{a'} \pi(s', a') Q^{\pi}(s', a') \right\}$$

Calcolo ricorsivo di Q(.)



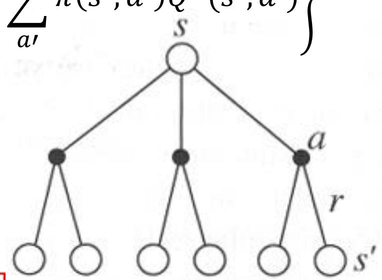


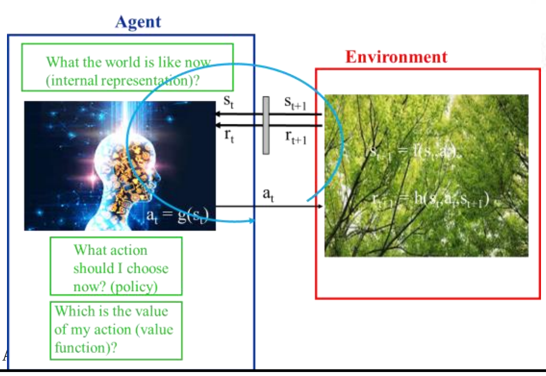
$$Q^{\pi}(high, wait) = R^{wait} + 0.5\,\gamma\, Q^{\pi}(high, wait) + 0.5\gamma Q^{\pi}(high, search)$$

Osservazioni

$$Q^{\pi}(s_t, a_t) = \sum_{s'} \mathrm{P}_{s \to s'|a} \left\{ R_{s,s',a} + \gamma \sum_{a'} \pi(s', a') Q^{\pi}(s', a') \right\}$$

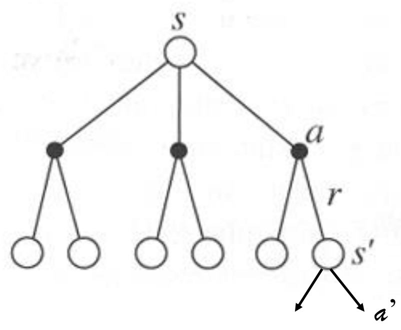
Calcolo ricorsivo di Q(.)





Passo da t a t+1 poi guardo backwards in time

Tecnica full-back



Back-up

π(s,a) fissata

t+1

Conosciamo $Q(s_t,a_t)$ $\forall s_t,a_t$ anche per $\{s'_{t+1}, a'_{t+1}\}$ quindi:

- Analizziamo la transizione da $\{s_t,a_t\}$ -> $\{s'_{t+1},a'_{t+1}\}$
- Calcoliamo un nuovo valore di Q per {s,a: $Q(s_t, a_t)$ congruente con:

$Q(s_t, a_t)$ ed r_{t+1}

Full backup se esaminiamo tutti gli s' e a' (cf. DP).
Da {s', a'} mi guardo indietro e aggiorno Q(s,a).

π fissata

Meccanismo di apprendimento nel RL

Inizializzazione: se l'agente non agisce sull'ambiente non succede nulla. Occorre specifiare una policy iniziale.

Ciclo dell'agente (le tre fasi sono sequenziali):

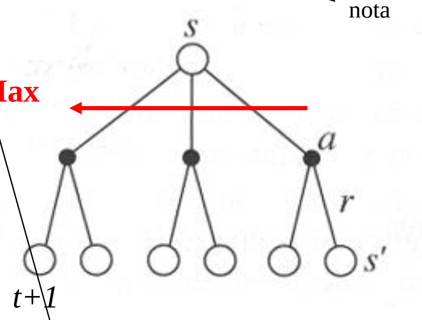
1) Implemento una policy (π(s,a))
2) Aggiorno la Value function (Q^{π}(s,a))
3) Aggiorno la policy.

http:\\borghese.di.unimi.it\

Q(s,a) – Osservazioni

$$Q^{\pi}(s_t, a_t) = \sum_{s'} \mathrm{P}_{s \to s'|a} \left\{ R_{s,s',a} + \gamma \sum_{a'} \pi(s', a') Q^{\pi}(s', a') \right\}$$

Policy nota



Per ogni stato devo valutare con informazioni esclusivamente racchiuse in 1 passo l'azione migliore a lungo termine

$$a_{new} : \max_{a} Q(s, a)$$

E' supposto noto il funzionamento dell'ambiente (simulazione)

Sommario

Le equazioni di Bellman

Differenze temporali

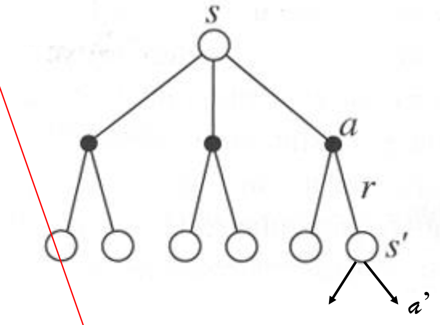
Q(s,a) - Osservazioni

$$Q^{\pi}(s_t, a_t) = \sum_{s'} \mathrm{P}^{\,?}_{s \to s'|a} \left\{ R^{\,?}_{s,s',a} + \gamma \sum_{a'} \pi(s', a') Q^{\pi}(s', a') \right\}$$

Policy nota

Per ogni stato devo valutare con informazioni esclusivamente racchiuse in 1 passo l'azione migliore a lungo termine

$$a_{new} : \max_{a} Q(s, a)$$



Non è noto il funzionamento dell'ambiente (interazione)

Background su Temporal Difference (TD) Learning

Al tempo t abbiamo a disposizione:

$r_{t+1} = r'$ estratto (sampled) dalla distribuzione statistica: $R_{s \to s'|a_j}$

$s_{t+1} = s'$ estratto (sampled) dalla distribuzione statistica: $P_{s \to s'|a_j}$

Dopo la realizzazione di un evento, l'incertezza statistica scompare.
1 Reward certo
1 Transizione certa
vengono forniti dall'ambiente

Come si possono utilizzare per apprendere?

Confronto con il rinforzo classico

$$Q_{k+1} = Q_k - \frac{Q_k}{N_{k+1}} + \frac{r_{k+1}}{N_{k+1}} = \boxed{Q_k + \alpha[r_{k+1} - Q_k]}$$

Occupazione di memoria minima: Solo Q_k e k.
NB N_k è il numero di volte in cui è stata scelta a_j.

Questa forma è la base del RL. La sua forma generale è:

NewEstimate = OldEstimate + StepSize [Target – OldEstimate]
*NewEstimate = OldEstimate + StepSize * Error.*

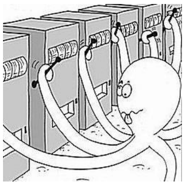
StepSize = $\alpha = 1/(N+1)$ — *a = cost*
Rewards weight w = 1 — *Weight of i-th reward at time k: w =* $(1-a)^{k-i}$

Qual è la differenza introdotta dall'approccio che prevede comportamenti (catene di azioni)?

Un possibile aggiornamento di Q(s,a)

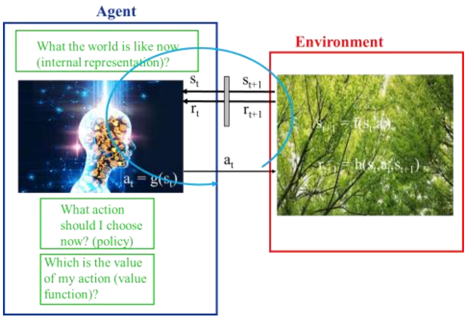
$$Q_{k+1}(a) = Q_k(a) - \frac{Q_k(a)}{N_{k+1}(a)} + \frac{r_{k+1}(a)}{N_{k+1}(a)} = Q_k(a) + \alpha[r_{k+1}(a) - Q_k(a)] =$$

$$Q_k(a) + \alpha \Delta Q_k(a)$$



Come passo ai comportamenti?

$$Q^{\pi}_{k+1}(s,a) = Q^{\pi}_k(s,a) + \alpha \Delta Q_k(s,a)$$

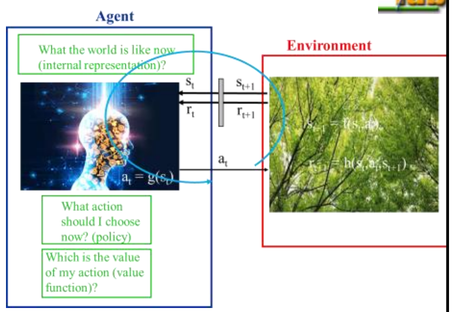


Come calcolo ΔQ_k?

Calcolo di ΔQ_k

$$Q_{k+1}(a) = Q_k(a) + \alpha[r_{k+1}(a) - Q_k(a)] =$$

$$Q_k(a) + \alpha \Delta Q_k(a)$$



Al tempo t abbiamo a disposizione:

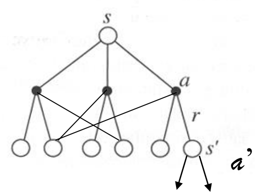
$r_{t+1} = r'$ da: $R_{s \to s'|a_j}$

$s_{t+1} = s'$ da: $P_{s \to s'|a_j}$

Quale semantica hanno Q(s,a) e r(s,a,s') nel caso dei comportamenti?

$$\boxed{Q^{\pi}_{k+1}(s,a) = Q^{\pi}_k(s,a) + \alpha[r' + \gamma Q^{\pi}_k(s',a') - Q^{\pi}_k(s,a)] =}$$

$$Q_k(a) + \alpha \Delta Q_k(a)$$



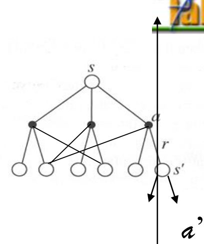
Reward a 1 passo

Reward a lungo termine da s'

TD(0) update

Ad ogni istante di tempo di ogni trial aggiorno la Value function:

$$\boxed{Q^{\pi}_{k+1}(s,a) = Q^{\pi}_k(s,a) + \alpha[r' + \gamma Q^{\pi}_k(s',a') - Q^{\pi}_k(s,a)]}$$



Sample Back-up

Conosciamo $Q(s_t,a_t)$ $\forall s_t,a_t$ anche per $\{s'_{t+1}, a'_{t+1}\}$ quindi:

- Analizziamo la transizione da $\{s_t,a_t\}$ -> $\{s'_{t+1},a'_{t+1}\}$
- Calcoliamo un nuovo valore di Q per {s,a: Q (s_t, a_t) congruente con:

  $Q(s_t, a_t)$ ed r_{t+1}

Sample backup se esaminiamo una sola coppia di s' e a' (cf. DP asincrona).
Da {s', a'} mi guardo indietro e aggiorno Q(s,a).

Per α che diminuisce con l'apprendimento, per k → ∞,
$Q^{\pi}_k(s,a)$ converge al valore vero di Q^{π}(s,a)

$\boxed{\pi(s,a)\ \text{fissata}}$

Posso ragionare a un passo per calcolare Q^{π}(s,a)

Confronto con il setting associativo

$$Q_{k+1} = Q_k - \frac{Q_k}{N_{k+1}} + \frac{r_{k+1}}{N_{k+1}} = \boxed{Q_k + \alpha[r_{k+1} - Q_k]}$$

Occupazione di memoria minima: Solo Q_k e k.
NB k è il numero di volte in cui è stata scelta a_j.

Questa forma è la base del RL. La sua forma generale è:

NewEstimate = OldEstimate + StepSize [Target – OldEstimate]
*NewEstimate = OldEstimate + StepSize * Error.*

StepSize = $\alpha = 1/N_{k+1}$ $\qquad$ *a = cost*

Setting α value

$\alpha(s_t, a_t, s_{t+1}) = \frac{1}{N(s_t, a_t, s_{t+1})}$, where $N(s_t, a_t, s_{t+1})$ represents the number of occurrences of s_t, a_t, s_{t+1}. With this setting the estimated Q tends to the expected value of Q(s,a).

Per semplicità si assume solitamente α < 1 costante. In questo caso, Q(s,a) assume il valore di una media pesata dei reward a lungo termine collezionati a partire da (s,a), con peso: $(1-\alpha)^k$: *exponential recency-weighted average*.

α che decresce dolcemente a zero consente la convergenza del Sistema stocastico.

Esempio

Stima del tempo di percorrenza da casa all'ufficio su un percorso ben definite (policy determinate e deterministica).

La durata dei diversi segmenti può variare da giorno a giorno e quindi la stima della durata totale viene corretta conseguentemente.

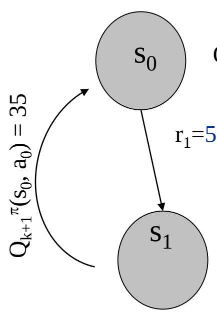
La stima corrente del tempo totale è data dalla somma dei tempi per:

- Dall'ufficio al parcheggio: 5 minuti (time to go = 35 minuti)
- Dal parcheggio all'uscita dell'autostrada: 15 minuti (time to go = 30 minuti)
- Dall'uscita dell'autostrada alla strada di casa: 5 minuti (time to go = 15 minuti)
- Dalla strada di casa a casa: 7 minuti (time to go = 10 minuti)
- Dal parcheggio a casa: 3 minuti (time to go = 3 minuti)

- In totale 35 minuti.

Learning $Q^\pi(s,a)$ - I

s_0 = ufficio; $Q_k^\pi(s_0$, vado_parcheggio$) = 35\ minuti$; $Q_{k+1}^\pi(s_0$, vado_parcheggio$) = 35\ minuti$ (potrei fare altre scelte, e.g. andare alla metropolitana, ma la policy prescrive di andare a prendere l'auto nel parcheggio perchè era considerata la soluzione più veloce).



$Q_k^\pi(s_0$,vado_parcheggio$) = 35$

$r_1=5$ minuti per raggiungere il parcheggio

$Q_k^\pi(s_1$, imbocco_autostrada$) = 30$

Raggiungo il parcheggio (stato s_1). Vedo che piove e spero che il tempo totale non vari di molto. Stimo il tempo per arrivare a casa in 30 minuti: all'uscita del parcheggio imbocco l'autostrada $Q_k^\pi(s_1$. imbocco l'autostrada)

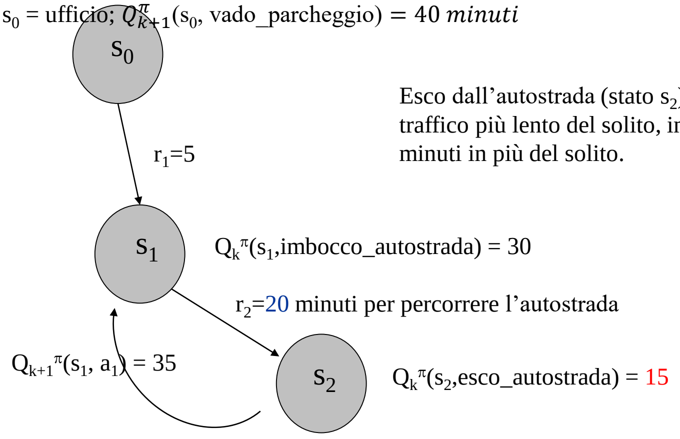
Aggiorno il tempo totale, ovverosia il tempo dallo stato s_0:

$$Q_{k+1}^\pi(s_0,a) = Q_k^\pi(s_0,a) + \alpha[r' + \gamma Q_k^\pi(s_1,a') - Q_k^\pi(s_0,a)] = 35+[5+30-35] = 35$$

Suppongo $\alpha = \gamma = 1$

Learning $Q^{\pi}(s,a)$ - II

s_1 = parcheggio; $Q_k^{\pi}(s_1$, imbocco_autostrada$) = 30\ minuti$;
$Q_{k+1}^{\pi}(s_1$, imbocco_autostrada $= 30\ minuti$;
(potrei fare altre scelte, e.g. tornare in ufficio; una volta scelto di uscire, aggiorno il valore dell'azione uscire dal parcheggio, quando sono nel parcheggio)
s_0 = ufficio; $Q_{k+1}^{\pi}(s_0$, vado_parcheggio$) = 40\ minuti$



Esco dall'autostrada (stato s_2). Sull'autostrada c'era traffico più lento del solito, impiego 20 minuti, 5 minuti in più del solito.

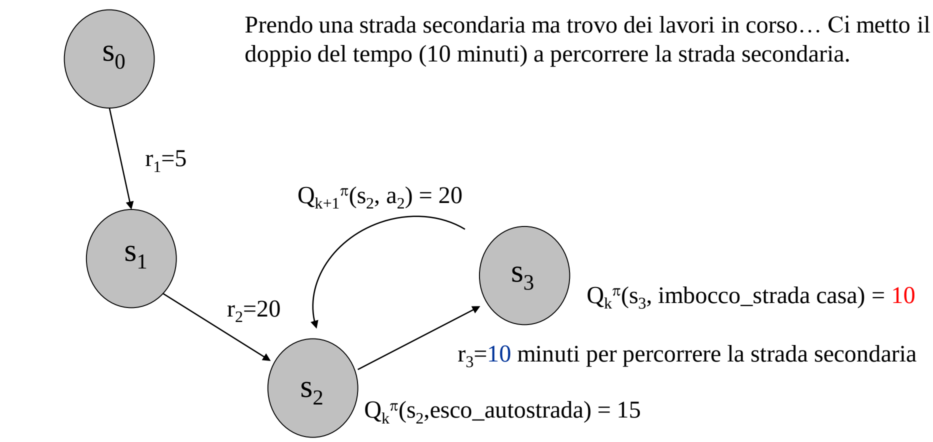
Aggiorno il tempo totale dallo stato s_1:

$Q_{k+1}^{\pi}(s_1,a) = Q_k^{\pi}(s_1,a) + \alpha[r' + \gamma Q_k^{\pi}(s_2,a') - Q_k^{\pi}(s_1,a)]$ = 30+[20+15-30] = 35

Learning $Q^{\pi}(s,a)$ - III

s_2 = esco_autostrada; $Q_k^{\pi}(s_2$, esco_autostrada $= 15\ min$; $Q_{k+1}^{\pi}(s_2$, esco_autostrada$) = 20\ min$;
s_0 = ufficio; $Q_{k+1}^{\pi}(s_0$, vado_parcheggio$) = 45\ minuti$

Prendo una strada secondaria ma trovo dei lavori in corso… Ci metto il doppio del tempo (10 minuti) a percorrere la strada secondaria.



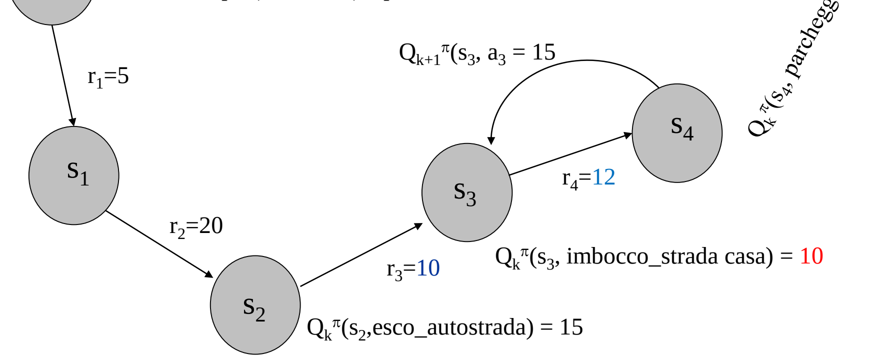
Aggiorno il tempo totale dallo stato s_2:

$Q_{k+1}^{\pi}(s_2,a) = Q_k^{\pi}(s_2,a) + \alpha[r' + \gamma Q_k^{\pi}(s_3,a') - Q_k^{\pi}(s_2,a)]$ = 15+[10+10-15] = 20

Learning $Q^\pi(s,a)$ - IV

s_3 = imbocco_strada casa; $Q_k^\pi(s_3$, imbocco_strada casa$) = 10$ *min;*
$Q_{k+1}^\pi(s_3$, imbocco_strada casa$) = 15$ *min;*
s_0 = ufficio; $Q_{k+1}^\pi(s_0$, vado_parcheggio$) = 43$ *minuti*

Prendo la strada di casa, ma trovo un ponteggio e le auto parcheggiate restringono la carreggiata… Ci metto più tempo (12 minuti) a percorrere la strada di casa.

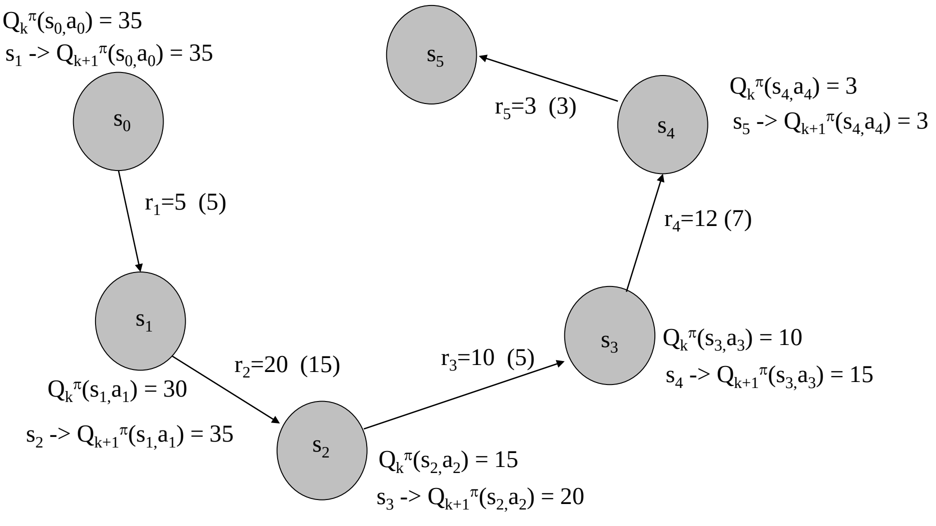


Aggiorno il tempo totale dallo stato s_2:

$$Q_{k+1}^\pi(s_2,a) = Q_k^\pi(s_2,a) + \alpha[r' + \gamma Q_k^\pi(s_3,a') - Q_k^\pi(s_2,a)] = 10+[12+3-10] = 15$$

Learning $Q^\pi(s,a)$

s_0 = ufficio; s_5 = casa.



Come i diversi reward istantanei modificano $Q^\pi(s,a)$?

Ruolo di α

$Q_{k+1}(s_1,a_1) = Q_k(s_1,a_1) + \alpha\,(r_1 + \gamma Q(s_2,a_2) - Q(s_2,a_2)) = 30+\alpha\,(20+15-30) = 30+\alpha*5$

Stima iniziale del tempo di percorrenza dal parcheggio: 30m
Tempo per percorrere l'autostrada: 20m
Stima del tempo di percorrenza dall'uscita del parcheggio: 35min (per $\alpha = 1$)

$\alpha <$ 1.

If $\alpha << 1$ aggiorno molto lentamente la value function.

If $\alpha = 1/k(s,a)$ aggiorno la value function in modo da tendere al valore atteso. Devo memorizzare le occorrenze della coppia stato-azione s,a.

If α = cost. Aggiorno la value function, pesando maggiormente i risultati collezionati dalle visite dello stato più recenti.

Sommario

Le equazioni di Bellman

Differenze temporali