

Sistemi Intelligenti I fuzzy system: :esercitazione

Alberto Borghese

Università degli Studi di Milano
 Laboratory of Applied Intelligent Systems (AIS-Lab)
 Dipartimento di informatica
borgnese@di.unimi.it



A.A. 2020-2021

1/36

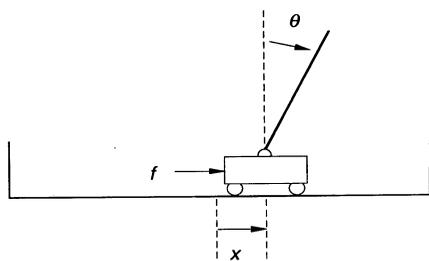
<http://borgnese.di.unimi.it>



Esercitazione sui sistemi fuzzy



		θ						
		NL	NM	NS	ZE	PS	PM	PL
θ'	NL				PL			
	NM				PM			
	NS				PS	NS		
	ZE	PL	PM	PS	ZE	NS	NM	NL
	PS			PS	NS			
	PM				NM			
	PL				NL			



<http://borgnese.di.unimi.it>

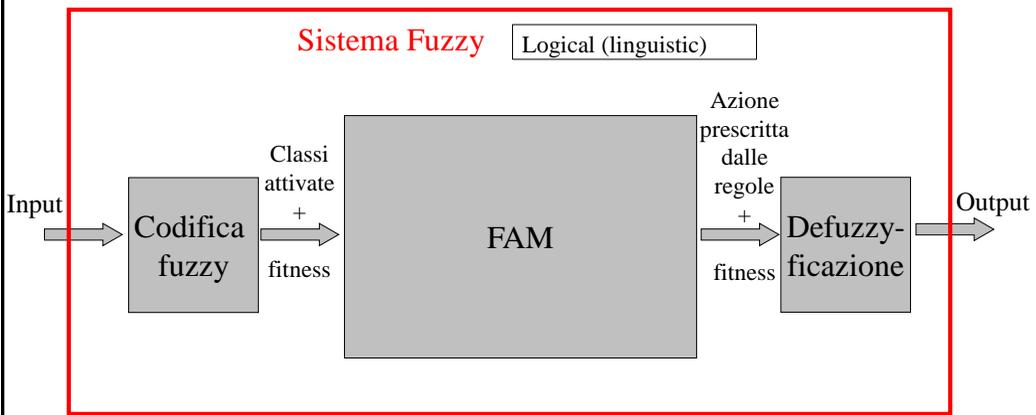


Struttura di un sistema fuzzy



Numeric

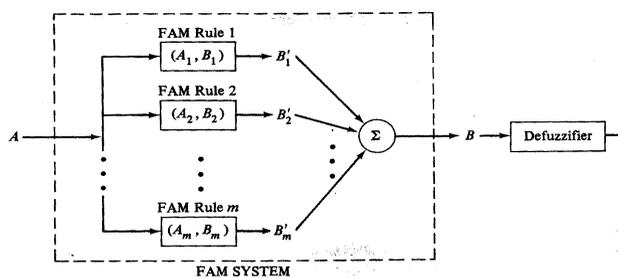
Numeric



Classi attive + fitness delle classi → Regole + fitness delle regole



Progettazione di un sistema fuzzy: struttura

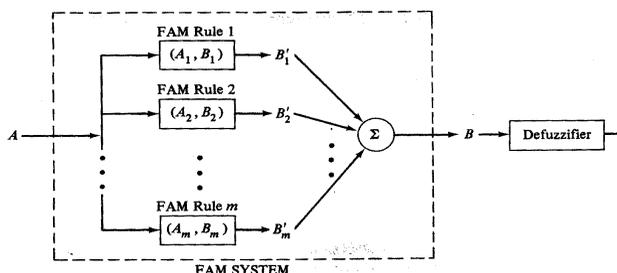


Per tutti i modelli

- 1) Identificazione delle variabili di I/O del sistema e del loro range (A e B).
- 2) Identificazione delle classi fuzzy in cui le variabili sono da suddividere e dei loro boundaries.
- 3) Definizione della trasformazione I/O come insieme di regole fuzzy: per ogni combinazione di classi fuzzy (con OR e/o AND) di input è possibile definire una classe di output (FAM).
- 4) Modalità di de-fuzzyficazione.



Progettazione di un sistema fuzzy: funzionamento



- 1) Identificazione delle classi attivate da un certo input.
- 2) Valutazione del grado di fit delle classi.
- 3) Identificazione delle regole attivate.
- 4) Valutazione del grado di fit della regola.
- 5) Unione degli insiemi fuzzy di output risultanti e calcolo di un singolo valore numerico (defuzzyficazione).



Applications to real world (helicopter control)



Liskoping Studies in Science and Technology
Thesis No. 108

Fuzzy Control for an Unmanned Helicopter

by
Bourhane Kadmiry

Michal Lower
Institute of Engineering Cybernetics
Wrocław University of Technology
Wyb. Wyspianskiego 27, 50-370 Wrocław, Poland
Michal.Lower@pwr.wroc.pl

Boguslaw Szlachetko
Institute of Telecommunication and Acoustics
Wrocław University of Technology
Boguslaw.Szlachetko@pwr.wroc.pl

Dariusz Krol
Institute of Applied Informatics
Wrocław University of Technology
Dariusz.Krol@pwr.wroc.pl

Abstract

This paper relates to a fuzzy flight control system in spot hovering for a single-rotor helicopter PZL Kania¹. The model of the fuzzy control system was developed on the basis of computer simulation experiments done by the expert's analysis (pilot's knowledge). The helicopter's mathematical model and its fuzzy Rule control system were simulated on

all the axis oriented to the fuselage was considered, assuming that fuzzy regulator works during and after the blow.

Although limited amount of expert's knowledge was available, the results proved the stability of the system. Hover parameters after the blow disturbances stabilize in all considered axes.



INSTITUTE OF TECHNOLOGY
WROCLAW UNIVERSITY

Submitted to the School of Engineering at Liskoping University in partial fulfillment of the requirements for degree of Licentiate of Engineering.

Department of Computer and Information Science
Liskoping university
SE-581 83 Liskoping, Sweden

Liskoping 2002

In Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 805-810, Oct 2003, Las Vegas, USA

A Tale of Two Helicopters

Siddarth Sengupta¹, Jonathan M. Burrows², Peter J. Corke³, Gregg Bealmy⁴
Gordon S. Sukhatme⁵
¹Robotics Research Lab, University of Southern California, Los Angeles, USA
²CSIRO Manufacturing & Infrastructure Technology, PO Box 610, Kensington, QLD 4099, Australia
³University of Queensland, St. Lucia, QLD 4068, Australia

Abstract

This paper discusses similarities and differences in autonomous helicopter developed at USC and CSIRO. The most significant differences are in the accuracy and complexity of the sensor system used for control. The USC article (in a number of other words) made use of a sensor suite that can be used to control a helicopter in a similar manner. The CSIRO system is a more advanced system. It uses a similar sensor and GPS to achieve the same ends. We discuss the architecture of both autonomous helicopters. Also, we discuss the design issues and present comparative results.



shrabar
{(date)}, {(hr
In Proceedings
International
Intelligent R
Systems, pp.
2003, Las V



FAM basate sull'analisi di più variabili



Più classi composte, attivate contemporaneamente.

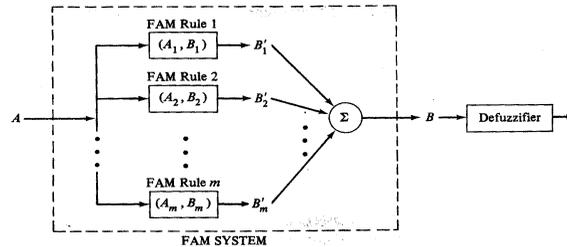
1. IF (... AND ... AND ... AND) THEN
2. IF (... AND ... OR ... AND) THEN

.....

1. Un dato di input, A, avrà una certa fit rispetto alle classi fuzzy in cui viene suddivisa ciascuna variabile.

2. Le fit vengono combinate con AND (minimo) e OR (massimo) utilizzando le T-norm.

3. La combinazione avrà una sua fit.



Ogni combinazione attiva una proposizione della FAM.
Più combinazioni possono essere attive.

A.A. 2020-2021

7/

it\



Video on cart pole



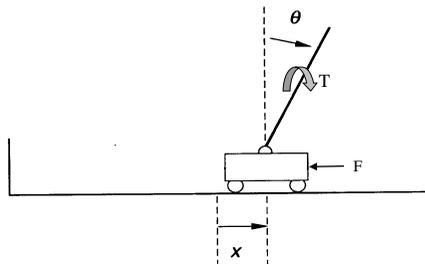
A.A. 2020-2021

8/36

<http://borghese.di.unimi.it/>



Cart-pole



Input: $A\{\theta(t), \dot{\theta}(t), x(t), x'(t)\}$

Output: $B\{F(t), T(t)\}$

Scopo del sistema di controllo è non fare cadere il bastone e mantenere il carrello sulla rotaia.

Il sistema è altamente non lineare, non si può applicare la teoria del controllo lineare.

Il sistema è altamente instabile (pendolo inverso)



Parametri del sistema Cart-pole completo (Mathematica!)

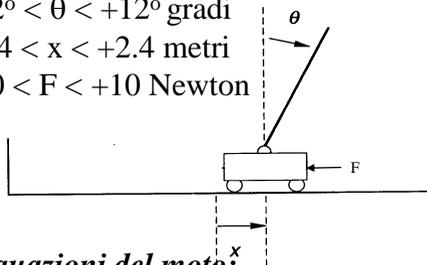
Vincoli possibili:

$$-12^\circ < \theta < +12^\circ \text{ gradi}$$

$$-2.4 < x < +2.4 \text{ metri}$$

$$-10 < F < +10 \text{ Newton}$$

Condizioni iniziali: $\theta(0) = \dot{\theta}(0), x(0), x'(0) = 0$



Parametri:

g 9.8m/s

m 1.1kg (massa carrello + palo)

m_p 0.1kg (massa del palo)

l 0.5m distanza della cerniera dal centro di massa del palo.

Δt 0.02s (intervallo di campionamento e di controllo).

Equazioni del moto:

$$\theta(t+1) = \theta(t) + \dot{\theta}(t) \Delta t$$

$$x(t+1) = x(t) + x'(t) \Delta t$$

$$\mathcal{G}'(t+1) = \mathcal{G}(t) + \frac{mg \sin(\mathcal{G}(t)) - \cos(\mathcal{G}(t)) (f(t) + m_p l (\mathcal{G}'(t) \pi / 180)^2 \sin(\mathcal{G}(t)))}{(4/3)ml - m_p l \cos^2(\mathcal{G}(t))} \Delta t$$

$$x'(t+1) = x'(t) + \frac{f(t) + m_p l ((\mathcal{G}'(t) \pi / 180)^2 \sin(\mathcal{G}(t)) - \mathcal{G}''(t) \pi / 180 \cos(\mathcal{G}(t)))}{m} \Delta t$$



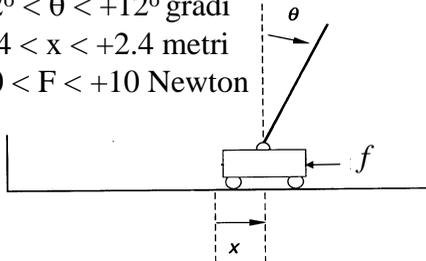
Obiettivo

Vincoli possibili:

- 12° < θ < +12° gradi
- 2.4 < x < +2.4 metri
- 10 < F < +10 Newton

Condizioni iniziali: θ(0) = θ'(0), x(0), x'(0) = 0

- f(t) tale per cui il palo è in equilibrio:
- θ(t) = 90 gradi
 - θ'(t) = 0



$$\vartheta'(t+1) = \vartheta(t) + \frac{mg \sin(\vartheta(t)) - \cos(\vartheta(t)) (f(t) + m_p l (\vartheta'(t)\pi/180)^2 \sin(\vartheta(t)))}{(4/3)ml - m_p l \cos^2(\vartheta(t))} \Delta t$$

$$x'(t+1) = x(t) + \frac{f(t) + m_p l ((\vartheta'(t)\pi/180)^2 \sin(\vartheta(t)) - \vartheta''(t)\pi/180 \cos(\vartheta(t)))}{m} \Delta t$$



FAM per il cart-pole semplificato

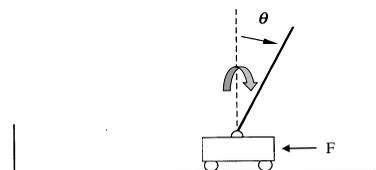
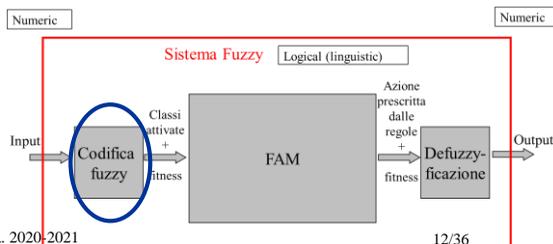
Consideriamo solamente il pendolo inverso semplificato:

1a) Identificazione delle variabili del sistema:

Input: A: {θ(t), θ'(t)} Output: B: {F(t)}

1b) Definizione dei range delle 3 variabili:

- θ(t) range [-90 +90] gradi
- θ'(t)} range (-∞ +∞) gradi/s
- F(t) range [-25 +25] N





FAM per il cart-pole: classi fuzzy



- 2) Quantificazione delle variabili in classi fuzzy:
- Definizione delle classi fuzzy.
 - Definizione della forma e dei boundary delle funzioni di appartenenza.

Esempio di classi fuzzy:

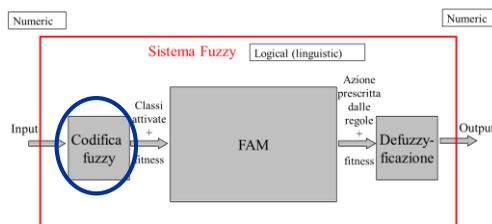
NL: Molto negativo (“negative large”)
 NM: Mediamente negativo
 NS: Poco negativo (“negative small”)
 ZE: Zero
 PS: Poco positivo
 PM: Mediamente positivo
 PL: Molto positivo



FAM per il cart-pole: funzioni di appartenenza



- 2b) Definizione della forma e dei boundary delle funzioni di appartenenza per ciascuna variabile fuzzy (di input e di output).



Le regioni sono solitamente triangolari o trapezoidali.
 Sovrapposizione, empiricamente 25%.

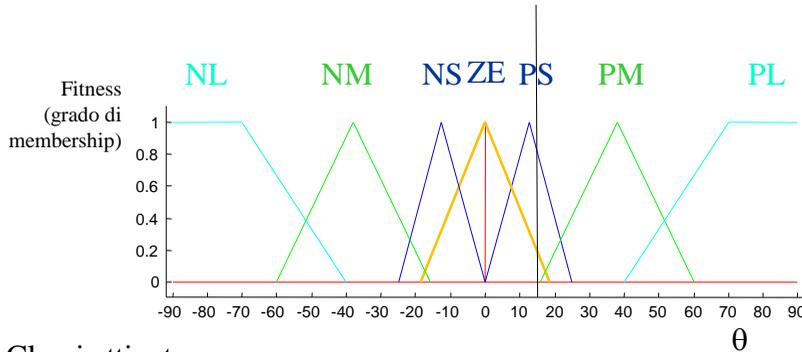
NB Le regioni sono più strette intorno allo 0, per avere una maggiore risoluzione e precisione.



FAM per il cart-pole: funzioni di appartenenza considerate per orientamento



Input: ($\theta = 15, \theta' = -10$)



Classi attivate:

PS – grado di fitness 0.8

ZE – grado di fitness 0.2

Classi definite sul supporto di θ

A.A. 2020-2021

15/36

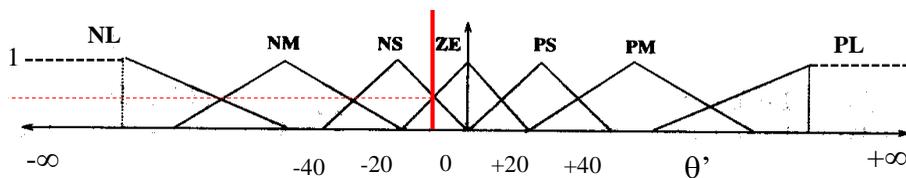
<http://borghese.di.unimi.it/>



FAM per il cart-pole: funzioni di appartenenza considerate per velocità angolare



Input: ($\theta = 15, \theta' = -10$)



Classi attivate:

NS – grado di fitness 0.5

ZE – grado di fitness 0.5

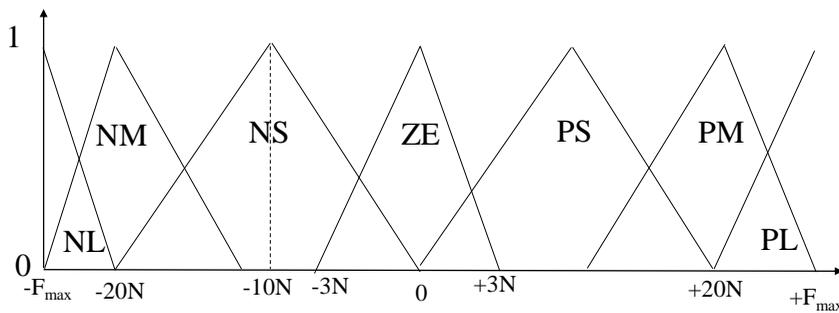
Bilanciamento tra crisp e ridondanza

A.A. 2020-2021

<http://borghese.di.unimi.it/>



Fuzzyficazione dell'output



Considero 7 classi anche per questa variabile: $F(t)$.



FAM per il cart-pole: costruzione della relazione I/O

Entrano in gioco 3 variabili: A_1^{θ} , $A_2^{\theta'}$; B^F .

La FAM trasforma A_1 e A_2 in B : $(A_1^{\theta}, A_2^{\theta'}; B^F)$.

Possiamo anche scrivere la trasformazione della FAM come:

$$(\theta, \theta'; F) \Rightarrow F = \text{funz}(\theta, \theta'). \quad I^2 \rightarrow I.$$

La funzione di controllo è una superficie in \mathbb{R}^3 .

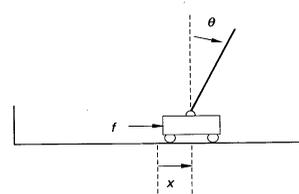
La trasformazione avviene mediante regole linguistiche fornite dall'esperto di dominio.



Le regole nella FAM

Una delle possibili *regole* della FAM può essere: (NM, ZE; PM).

Determino f (F_{PM}) a partire da θ (θ_{NM}) e θ' (θ'_{ZE}).



if <l'orientamento del pendolo è negativa media> **and**

<la velocità di rotazione è circa nulla>

allora

<il motore dovrà fornire una coppia positiva media>

Le singole variabili non possono essere analizzate singolarmente, ma deve essere analizzata una loro combinazione.



FAM per il cart-pole: costruzione grafica della relazione I/O

$\theta \backslash \theta'$	NL	NM	NS	ZE	PS	PM	PL
NL				PL			
NM				PM			
NS				PS	NS		
ZE	PL	PM	PS	ZE	NS	NM	NL
PS			PS	NS			
PM				NM			
PL				NL			

Vengono codificate solamente 15 regole.

La tabella rappresenta una superficie in R^3 .

Riduciamo la matematica ad un **discorso linguistico intuitivo**. Questo è particolarmente interessante quando si vuole trasferire della **conoscenza**, che di per sé viene espressa in **termini linguistici** (e non matematici)!



FAM per il cart-pole: le regole fuzzy attivate

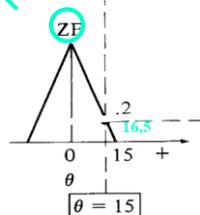
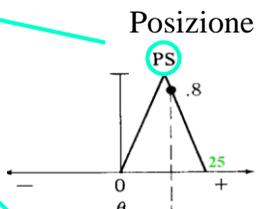


θ	NL	NM	NS	Z	PS	PM	PL
NL							
NM							
NS							
ZE	PL	PM	PS	ZE	NS	NM	NL
PS			PS	NS			
PM						NM	
PL							NL

Input: ($\theta = 15, \theta' = -10$)

Regole attivate:

- (PS, ZE; NS) (PS – grado 0.8)
- (ZE, ZE; ZE) (ZE – grado 0.2)
- (PS, NS; NS) (PS – grado 0.8)
- (ZE, NS; PS) (ZE – grado 0.2)



C'è anche la velocità angolare da considerare



FAM per il cart-pole: le regole fuzzy attivate



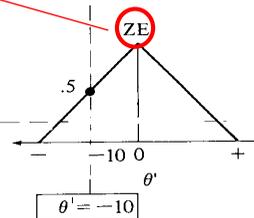
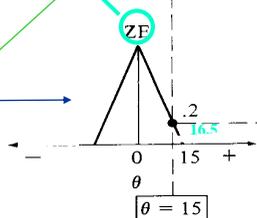
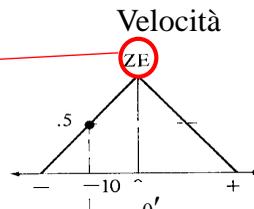
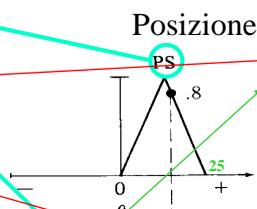
θ	NL	NM	NS	Z	PS	PM	PL
NL							
NM							
NS							
ZE	PL	PM	PS	ZE	NS	NM	NL
PS			PS	NS			
PM						NM	
PL							NL

Input: ($\theta = 15, \theta' = -10$)

Regole attivate:

- (PS, ZE; NS) (grado 0.5)
- (ZE, ZE; ZE) (grado 0.2)
- (PS, NS; NS) (grado 0.5)
- (ZE, NS; PS) (grado 0.2)

min Tnorm





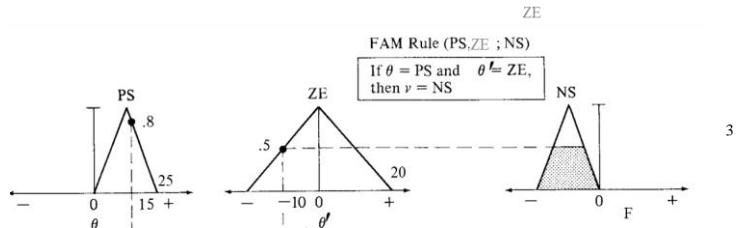
FAM per il cart-pole: output prodotto dalla prima regola



$\theta \setminus \theta'$	NL	NM	NS	ZE	PS	PM	PL
NL				PL			
NM				PM			
NS				PS	NS		
ZE	PL	PM	PS	ZE	NS	NM	NL
PS			PS	NS			
PM				NM			
PL				NL			

Input: ($\theta = 15, \theta' = -10$)

Regola attivata: **(PS,ZE;NS)** Peso della regola: **(0.8,0.5; 0.5)**
AND!!
(min)



Fitness dell'output F_{NS} :
 grado di fitness 0.5



FAM per il cart-pole: output prodotto dalle prime due regole



$\theta \setminus \theta'$	NL	NM	NS	ZE	PS	PM	PL
NL				PL			
NM				PM			
NS				PS	NS		
ZE	PL	PM	PS	ZE	NS	NM	NL
PS			PS	NS			
PM				NM			
PL				NL			

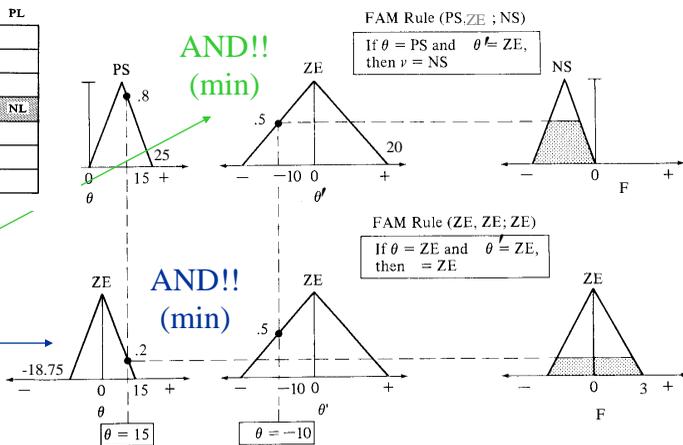
Input: ($\theta = 15, \theta' = -10$)

Insiemi attivati:

(PS,ZE) **(ZE,ZE)**
(PS,NS) **(ZE,NS)**

Regole FAM attivate:

(ZE,ZE;ZE) **(PS,NS;NS)**
(PS,ZE;NS) **(ZE,NS;PS)**





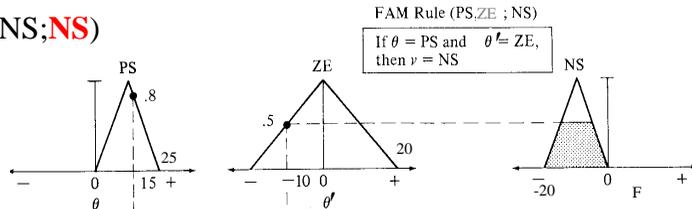
Pesatura dell'output (prime due regole)



$(\theta, \theta') = (-15, 10) \rightarrow (PS, NS; NS)$

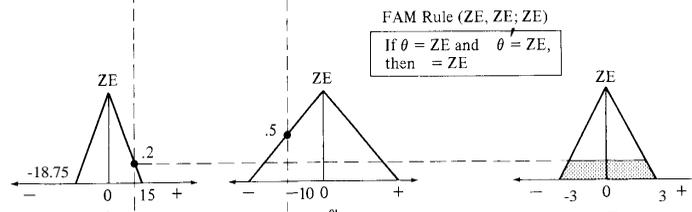
Fitness della regola 0.5

Grado di appartenenza di **F** a **NS**: 0.5



$(-15, 10) \rightarrow (ZE, NS; PS)$

Grado di appartenenza di **F** a **PS**: 0.2



$m_{ZE}^{\theta}(15) = 0.2$ $\theta = 15$
 $m_{ZE}^{\theta'}(-10) = 0.5$ $\theta' = -10$
 $m_{ZE}^F(0) = 0.2 = \min(0.2, 0.5)$

Ciascuna regola dà un contributo secondo la logica fuzzy (AND fuzzy = min)



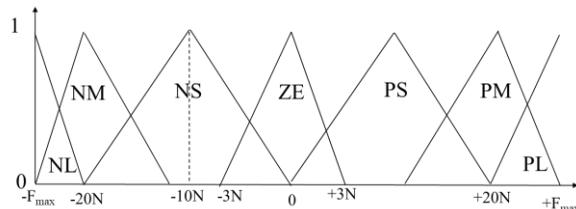
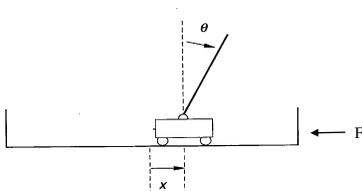
Defuzzyficazione delle 4 regole attivate: metodo del massimo



(ZE, ZE; ZE)	fitness 0.2
(PS, ZE; NS)	fitness 0.5
(PS, NS; NS)	fitness 0.5
(ZE, NS; PS)	fitness 0.2

Scelgo come output la classe NS, se avessi attive due classi con lo stesso grado di fitness devo operare una scelta.

In questo caso, scelgo la classe NS per la forza in uscita: $F = -10N = F_{NS}$





Defuzzyficazione delle 4 regole attivate: metodo del baricentro



(ZE, ZE; ZE)	fitness 0.2
(PS, ZE; NS)	fitness 0.5
(PS, NS; NS)	fitness 0.5
(ZE, NS; PS)	fitness 0.2

Scelgo come output il baricentro, o media pesata con le fitness, delle azioni.

$$Y = \frac{(0 \cdot 0.2 - 10 \cdot 0.5 - 10 \cdot 0.5 + 10 \cdot 0.2)N}{0.2 + 0.5 + 0.5 + 0.2} = -\frac{8}{1.4}N \approx -5.714N$$



Osservazioni



Metodo del massimo: $Y = -10$

Metodo del baricentro: $Y \approx -5.714$

Metodo del baricentro pesato con le aree: $Y \approx -5.876$

Con il metodo del massimo viene presa una decisione “crisp”, in stile “winner-takes-all”. La regola più forte vince. Variazioni anche piccole degli input possono provocare discontinuità nel momento in cui diventa più forte una regola diversa.

I metodi del baricentro sono più gradualità. Al variare dell’input, varia gradualmente anche la forza generate perchè varia il grado di appartenenza alle diverse classi.

Quando il baricentro viene pesato con l’area, la variazione di output viene pesata con l’ampiezza della regione racchiusa in ciascuna classe di output.

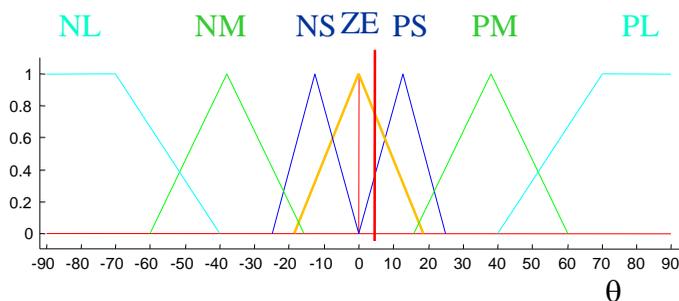


FAM per il cart-pole: funzioni di appartenenza considerate per posizione e velocità

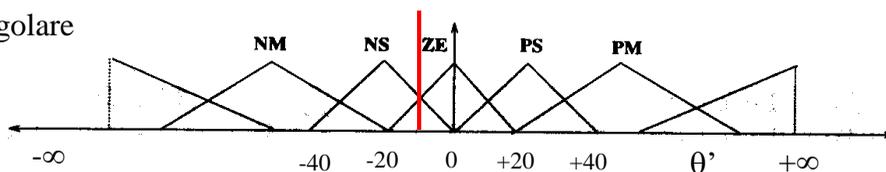


Orientamento

Input: ($\theta = 4$, $\theta' = -10$)



Velocità
angolare



A.A. 2020-2021

29/36

<http://borghese.di.unimi.it/>



FAM per il cart-pole: palo più verticale



$\theta \backslash \theta'$	NL	NM	NS	ZE	PS	PM	PL
NL					PL		
NM					PM		
NS					PS	NS	
ZE	PL	PM	PS	ZE	NS	NM	NL
PS			PS	NS			
PM				NM			
PL				NL			

Scelgo come output il baricentro, o media pesata con le fitness, delle azioni.

$$F = \frac{(-10 * 0.2 + 0 * 0.5 - 10 * 0.5 + 10 * 0.5)N}{0.2 + 0.5 + 0.5 + 0.5} = -\frac{2}{1.7}N \approx -1.176N$$

Input: ($\theta = 4$, $\theta' = -10$)

Regole attivate:

- (PS, ZE; NS) (grado 0.2)
- (ZE, ZE; ZE) (grado 0.5)
- (PS, NS; NS) (grado 0.5)
- (ZE, NS; PS) (grado 0.5)

Classi attivate per $\theta = 4$:

- ZERO (membership 0.8)
- PS (Membership 0.2)

A.A. 2020-2021

30/36

<http://borghese.di.unimi.it/>



Banco di FAM



Generalizzazione naturale ai sistemi multi-output.
Ciascuna variabile di uscita è generata da una FAM diversa.

Esempio relativo al cart-pole.

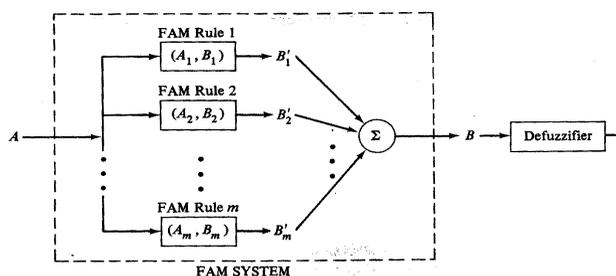
Sia A l'input (stato del sistema, 4 variabili), e B l'output (la forza, ed il momento, 2 variabili), avremo 2 FAM del tipo: (A_i, B_i) , dove ciascuna FAM ha 4 variabili di ingresso e 1 di uscita. Ciascuna FAM implementa le sue regole indipendenti.

Queste FAM parziali sono dette *elementari o minime*.

Il numero di FAM cresce velocemente con il numero di variabili in uscita (e così il numero di regole).



Progettazione di un sistema fuzzy: struttura

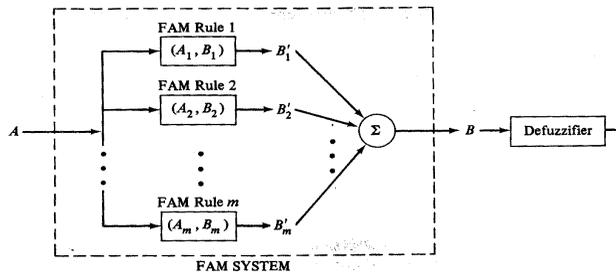


Per tutti i modelli

- 1) Identificazione delle variabili di I/O del sistema e del loro range (A e B).
- 2) Identificazione delle classi fuzzy in cui le variabili sono da suddividere e dei loro boundaries.
- 3) Definizione della trasformazione I/O come insieme di regole fuzzy: per ogni combinazione di classi fuzzy (con OR e/o AND) di input è possibile definire una classe di output (FAM).
- 4) Modalità di de-fuzzyficazione.



Progettazione di un sistema fuzzy: funzionamento



- 1) Identificazione delle classi attivate da un certo input.
- 2) Valutazione del grado di fit delle classi.
- 3) Identificazione delle regole attivate.
- 4) Valutazione del grado di fit della regola.
- 5) Unione degli insiemi fuzzy di output risultanti e calcolo di un singolo valore numerico (defuzzyficazione).

A.A. 2020-2021

33/36

<http://borghese.di.unimi.it/>



Riflessioni



- Da dove viene la conoscenza?
- Come si può tradurre la conoscenza in regole?
- Come si possono tarare le membership function?
- Quale vantaggio c'è a defuzzyficare utilizzando la media pesata invece della massima fit nel calcolo dell'uscita di un sistema fuzzy?
- Crescita esponenziale del numero di stati con il numero di variabili di input (7^N in questo caso).

		θ						
		NL	NM	NS	ZE	PS	PM	PL
θ'	NL				PL			
	NM				PM			
	NS				PS	NS		
	ZE	PL	PM	PS	ZE	NS	NM	NL
	PS			PS	NS			
	PM				NM			
	PL				NL			

A.A. 2020-2021

34/36

<http://borghese.di.unimi.it/>



Esempi



Si vuole realizzare un sistema di controllo fuzzy della frenata per un treno della metropolitana milanese. Il sistema deve essere in grado di erogare la forza frenante in modo tale che il treno si arresti al punto giusto, indipendentemente dal numero di passeggeri (indipendentemente dal carico). Si ha a disposizione la distanza rispetto al punto di frenata, in metri. Definire le variabili di ingresso e di uscita del sistema di controllo della frenata. Progettare il sistema di controllo fuzzy e definire almeno 4 regole di inferenza che agiscono sulle variabili di ingresso fuzzyficate.

Come si può tenere conto del confort dei passeggeri?

Implementazione di un controllore di temperatura che agisce su un fornello.



Esercitazione sui sistemi fuzzy



θ' \ θ		θ						
		NL	NM	NS	ZE	PS	PM	PL
θ'	NL				PL			
	NM				PM			
	NS				PS	NS		
	ZE	PL	PM	PS	ZE	NS	NM	NL
	PS			PS	NS			
	PM				NM			
	PL				NL			

