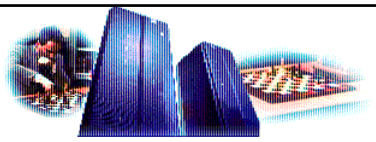
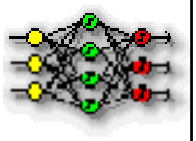




Sistemi Intelligenti Reinforcement Learning: Eligibility Trace

Alberto Borghese

Università degli Studi di Milano
Laboratorio di Sistemi Intelligenti Applicati (AIS-Lab)
Dipartimento di Scienze dell'Informazione
borghese@dsi.unimi.it

Sommario

- The eligibility trace
- Q(λ), SARSA(λ)

Proprietà del rinforzo

L'ambiente o l'interazione può essere complessa.

Il rinforzo può avvenire solo dopo una più o meno lunga sequenza di azioni (delayed reward).

E.g. agente = giocatore di scacchi.
ambiente = avversario.

Problemi collegati:
- temporal credit assignement.
- structural credit assignement.

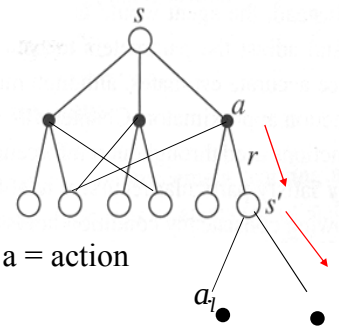
L'apprendimento non è più da esempi, ma dall'osservazione del proprio comportamento nell'ambiente.

Come apprendere Q: SARSA

$$Q(s_t, a_t) = Q^{\pi}(s_t, a_t) + \alpha\left[r_{t+1} + \gamma Q^{\pi}(s_{t+1}, a_{t+1}) - Q^{\pi}(s_t, a_t)\right]$$

1) Apprendiamo il valore di Q per una policy data (on-policy).

2) Dopo avere appreso la funzione Q, possiamo modificare la policy in modo da migliorarla (**policy improvement**)



S = state, a = action, r = reward, s = state, a = action

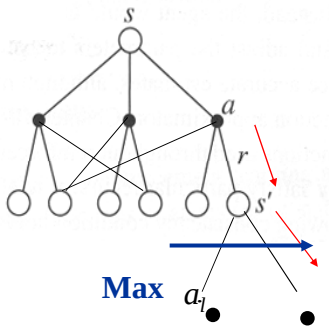
On-policy learning.

Off-policy Temporal Difference: Q-learning

$$Q(s_t,a_t) \leftarrow Q(s_t,a_t) + \alpha\left[r_{t+1} + \gamma \max_{a_{t+1}} Q(s_{t+1},a_{t+1}) - Q(s_t,a_t)\right]$$

Non imparo semplicemente la funzione valore Q, ma la funzione valore Q ottima.

In s, scelgo un ramo del grafo, e poi **decido** ad un passo come continuare.



Formulazione di TD(0)

Correggo la stima corrente valutando l'"errore" ad un passo.

$$V_{k+1}(s_t) = V_k(s_t) + \alpha\left[r_{t+1} + \gamma V_k(s_{t+1}) - V_k(s_t)\right]$$

$$\Delta V(s_t) = +\alpha\,\delta_k \qquad \delta_k = \left[r_{t+1} + \gamma V_k(s_{t+1}) - V_k(s_t)\right]$$

Estensione dell'orizzonte temporale dell'apprendimento

Cosa rappresenta la Eligibility trace

Buffer di memoria: contiene traccia di eventi passati (stati visitati, azioni…); la traccia evapora nel tempo.

Quando viene calcolato un errore usando metodi basati su TD, la eligibility trace suggerisce quali variabili aggiornare (credit assignement).

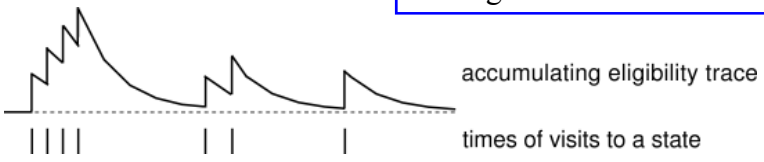
Amplia l'orizzonte temporale sul quale fare l'aggiornamento a più di 1 passo.

Eligibility trace

$$e_t(s) = \begin{cases} \gamma\lambda e_{t-1}(s) + 1 & \text{If } s = s_t \\ \gamma\lambda e_{t-1} & \text{Otherwise} \end{cases}$$

decay

Increases: depends only on visiting the state



e(s) = 0 at start, e(s) ≥ 0.

Formulazione di TD(λ) per V(s)

Correggo la stima corrente valutando l'"errore" ad un passo e distribuendolo su tutti gli stati.

$$V_{k+1}(s_t) = V_k(s_t) + \alpha\left[r_{t+1} + \gamma V_k(s_{t+1}) - V_k(s_t)\right]$$

$$\Delta V(s_t) = +\alpha\,\delta_k e(s_t) \qquad \delta_k = \left[r_{t+1} + \gamma V_k(s_{t+1}) - V_k(s_t)\right]$$

Estensione dell'orizzonte temporale dell'apprendimento

Osservazioni

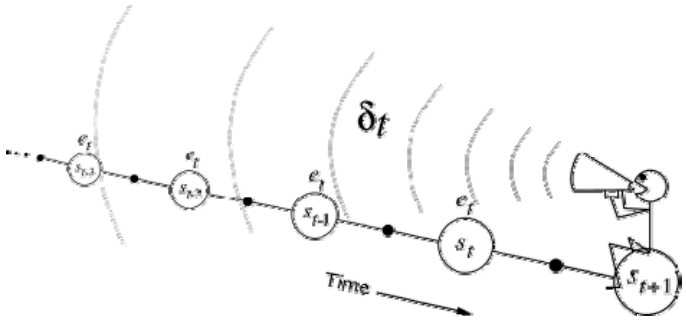


Figure 7.8: The backward or mechanistic view. Each update depends on the current TD error combined with traces of past events.

Earlier states are given less credit for the TD(0) error

Algoritmo per V(λ)

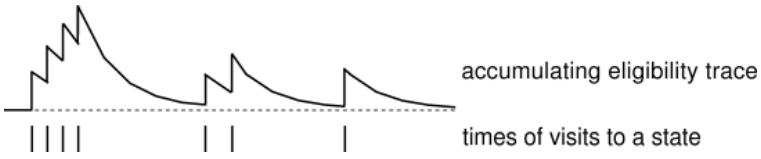
Initialize $V(s)$ arbitrarily and $e(s) = 0$, for all $s \in \mathcal{S}$
Repeat (for each episode):
  Initialize s
  Repeat (for each step of episode):
    $a \leftarrow$ action given by π for s
    Take action a, observe reward, r, and next state, s'
    $\delta \leftarrow r + \gamma V(s') - V(s)$
    $e(s) \leftarrow e(s) + 1$
    For all s:
      $V(s) \leftarrow V(s) + \alpha\delta e(s)$
      $e(s) \leftarrow \gamma\lambda e(s)$
    $s \leftarrow s'$
  until s is terminal

Sommario

- The eligibility trace
- Q(λ), SARSA(λ)

Eligibility trace per la funzione Q

$$e_t(s,a) = \begin{cases} \gamma\lambda e_{t-1}(s,a) + 1 & \text{if } s = s_t \text{ and } a = a_t; \\ \gamma\lambda e_{t-1}(s,a) & \text{otherwise.} \end{cases} \qquad \text{for all } s, a$$



Come utilizzare la eligibility trace

TD(0) Learning:

$$Q_{k+1}(s_t, a_t) = Q_k(s_t, a_t) + \alpha\left[r_{t+1} + \gamma Q_k(s_{t+1}, a_{t+1}) - Q_k(s_t, a_t)\right]$$

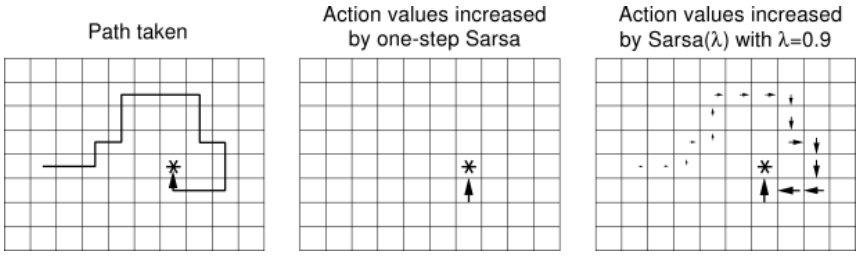
Errore: δ_t

$$Q_{k+1}(s_t, a_t) = Q_k(s_t, a_t) + \alpha\delta_t$$ Per 1 coppia (s,a)

$$Q_{k+1}(s,a) = Q_k(s,a) + \alpha\delta_t e_t(s,a)$$ Per tutte le coppie (s,a)

Eleggibilità: $e_t(s,a)$

Esempio



Con il semplice costo di una variabile per ogni coppia stato-azione, ho un aggiornamento graduale della funzione valore di più stati.

$Q^{\pi}(s,a)$ inizializzati ad un valore leggermente negativo.
r = 0 per ogni stato prossimo, tranne lo stato finale, per il quale r = +1.

SARSA(λ)

Initialize $Q(s,a)$ arbitrarily and $e(s,a) = 0$, for all s, a
Repeat (for each episode):
  Initialize s, a
  Repeat (for each step of episode):
    Take action a, observe r, s'
    Choose a' from s' using policy derived from Q (e.g., ε-greedy)
    $\delta \leftarrow r + \gamma Q(s',a') - Q(s,a)$
    $e(s,a) \leftarrow e(s,a) + 1$
    For all s, a:
      $Q(s,a) \leftarrow Q(s,a) + \alpha \delta e(s,a)$
      $e(s,a) \leftarrow \gamma \lambda e(s,a)$
    $s \leftarrow s'$; $a \leftarrow a'$
  until s is terminal


Watkin's version of Q(λ)

$$Q(s_t,a_t) \leftarrow Q(s_t,a_t) + \alpha\left[r_{t+1} + \gamma \max_{a_{t+1}} Q(s_{t+1},a_{t+1}) - Q(s_t,a_t)\right]$$

Quanto posso propagare all'indietro l'"errore"?

NB L'azione che scelgo può non essere la migliore, la funzione Q viene modificata run-time.

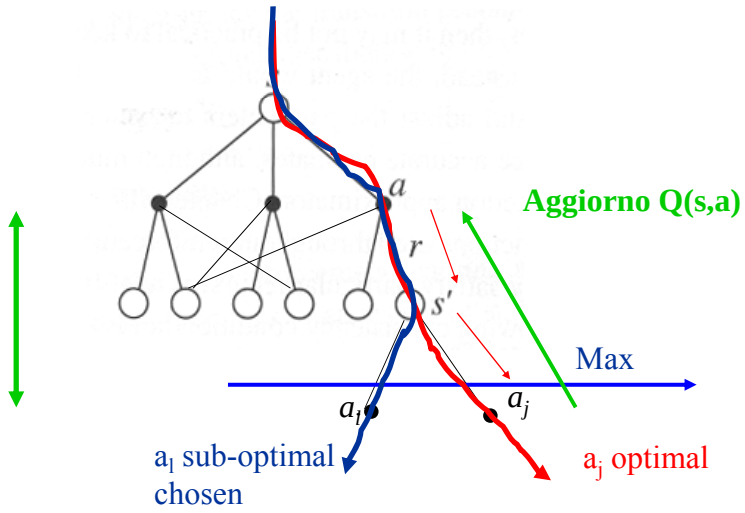

Watkin's Q(λ)

$$Q(s_t,a_t) \leftarrow Q(s_t,a_t) + \alpha\left[r_{t+1} + \gamma \max_{a_{t+1}} Q(s_{t+1},a_{t+1}) - Q(s_t,a_t)\right]$$

Suppongo di scegliere a' = a_{t+1} azione esplorativa secondo la policy π.

Posso sempre calcolare $Q(s_t, a_t)$, scegliendo il $\max(Q(s_{t+1}, a_{t+1}))$. Questo vuole dire ipotizzare di scegliere $a_{max} = \text{argmax}(\max(Q(s_{t+1}, a_{t+1}))$, che in questo caso: $a_{max} \neq a'$.
Ma poi devo ripartire da capo perchè da lì in poi seleziono una sequenza diversa di transizioni di stato.

Analisi grafica delle mosse ε-eplorative



New strategy for updating eligibility trace

Eligibility set to 0 for the states in which the non-greedy action was chosen.

First decay or set to 0 the eligibility.
Then increment by 1 the eligibility of the current state.

$$e_t(s,a) = \mathcal{I}_{ss_t} \cdot \mathcal{I}_{aa_t} + \begin{cases} \gamma\lambda e_{t-1}(s,a) & \text{if } Q_{t-1}(s_t,a_t) = \max_a Q_{t-1}(s_t,a); \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

Q-learning

$$e_t(s,a) = \mathcal{I}_{ss_t} \cdot \mathcal{I}_{aa_t} + \begin{cases} \gamma\lambda e_{t-1}(s,a) & \text{if } Q_{t-1}(s_t,a_t) = \max_a Q_{t-1}(s_t,a); \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

Aggiorno Q:

$$Q_{t+1}(s,a) = Q_t(s,a) + \alpha\,\delta_t\, e_t(s,a),$$

$$\delta_t = r_{t+1} + \gamma \max_{a'} Q_t(s_{t+1},a') - Q_t(s_t,a_t).$$

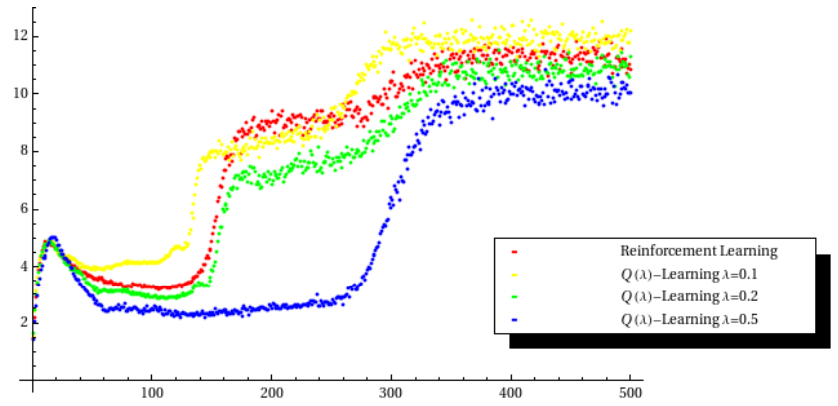
Scelta di a:

Se scelgo a_{max}, continuo come SARSA, altrimenti e(s,a) = 0.

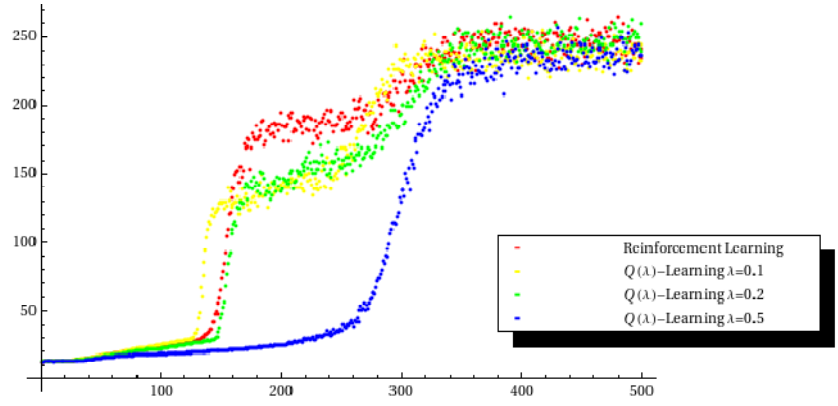
Algoritmo

Initialize $Q(s,a)$ arbitrarily and $e(s,a) = 0$, for all s, a
Repeat (for each episode):
  Initialize s, a
  Repeat (for each step of episode):
    Take action a, observe r, s'
    Choose a' from s' using policy derived from Q (e.g., ε-greedy)
    $a^* \leftarrow \arg\max_b Q(s',b)$ (if a' ties for the max, then $a^* \leftarrow a'$)
    $\delta \leftarrow r + \gamma Q(s',a^*) - Q(s,a)$
    $e(s,a) \leftarrow e(s,a) + 1$
    For all s, a:
      $Q(s,a) \leftarrow Q(s,a) + \alpha\delta e(s,a)$
      If $a' = a^*$, then $e(s,a) \leftarrow \gamma\lambda e(s,a)$
                  else $e(s,a) \leftarrow 0$
    $s \leftarrow s'$; $a \leftarrow a'$
  until s is terminal

Cat & Mouse
Formaggi mangiati per episodio con le diverse strategie



Cat & Mouse
Passi eettuati dal topo per episodio con le diverse strategie



Sommario

- The eligibility trace
- Q(λ), SARSA(λ)

View of the idea – forward view

Considero il reward su orizzonti temporali più ampi:

$R_t = r_{t+1} + \gamma V(s_{t+1})$
$R_t = r_{t+1} + \gamma r_{t+2} + \gamma^2 V(s_{t+2})$
$R_t = r_{t+1} + \gamma r_{t+2} + \gamma^2 r_{t+3} + \gamma^3 V(s_{t+3})$
……..

$$R_t = \sum_{k=0}^{M} \gamma^k r_{t+1+k} + \gamma^{k+1} V(s_{t+1+k})$$

Aggiornamento della value function: $\Delta V(s) = \alpha \delta_t$

$$\delta_t = R_t - V_t(s_t) = \left(\sum_{k=0}^{M} \gamma^k r_{t+1+k} + \gamma^{k+1} V(s_{t+1+k}) - V(s_t) \right)$$

Come arrivare all'elegibility trace

Considero il reward su orizzonti temporali più ampi:

$R_t = r_{t+1} + \gamma V(s_{t+1})$
$R_t = r_{t+1} + \gamma r_{t+2} + \gamma^2 V(s_{t+2})$
$R_t = r_{t+1} + \gamma r_{t+2} + \gamma^2 r_{t+3} + \gamma^3 V(s_{t+3})$
……..

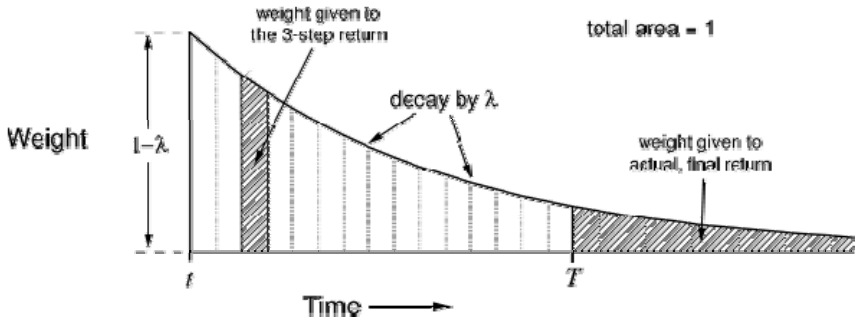
Ne faccio una media pesando di più, mediante λ, i reward nell'immediato futuro:

$R^{\lambda}_t = K * (R_t^{(1)} + \lambda R_t^{(2)} + \lambda^2 R_t^{(3)} + \ldots..)$

$R^{\lambda}_t = (1 - \lambda) * \sum_{k=1}^{+\infty} \lambda^{k-1} R_t^{(k)}$ Dipende da λ e da γ!

La somma dei pesi deve essere = 1

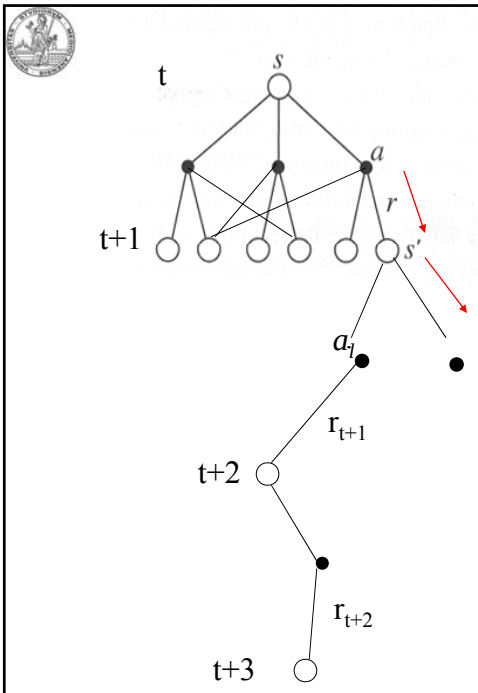
Visualizzazione grafica



λ = 0 TD(0) $\Delta V_t = \alpha [R_t^{\lambda} - V_t(s_t)]$

λ regola la velocità di decremento del peso del reward.

Problemi: TD(λ) in questa forma è non causale.

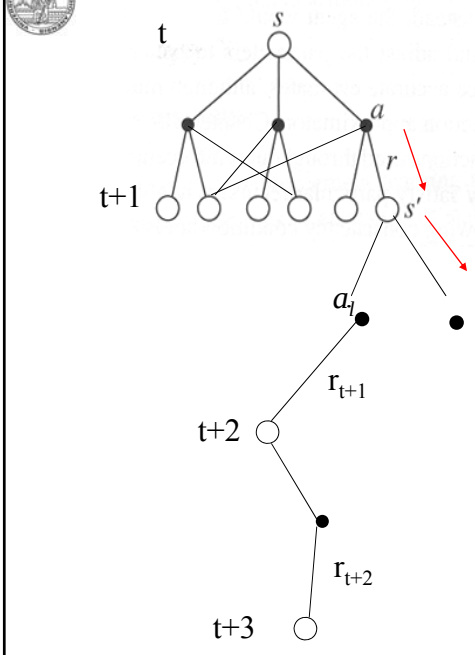


Rewards

Look forwards 3 steps
Look forwards 2 steps
Look forwards 1 step

Compute reward

Update V(s)



Rewards

We are in s_{t+3},
what shall we do?

Look backwards 3 steps