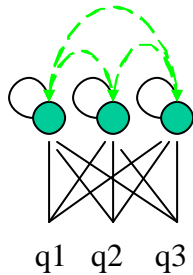
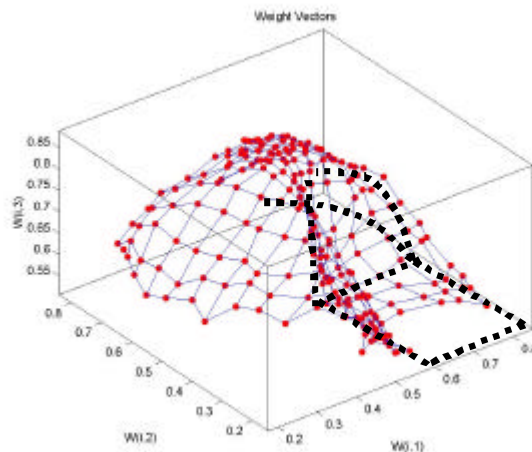


IL COMPETITIVE LEARNING E LE RETI NON SUPERVISIONATE...

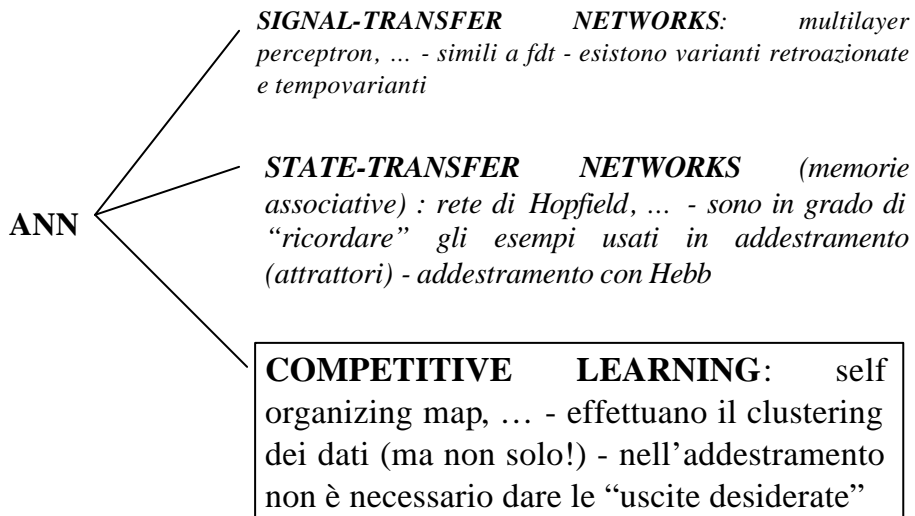


Frosio Iuri
Laboratorio MAVR
frosio@dsi.unimi.it

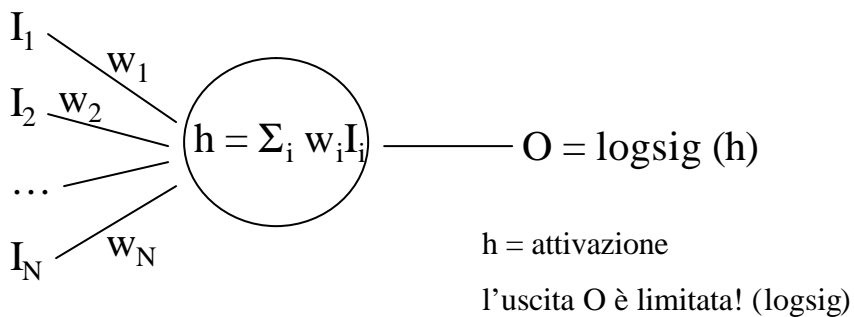
...APPLICAZIONI PER LA RICOSTRUZIONE 3D



Diverse tipologie di ANN



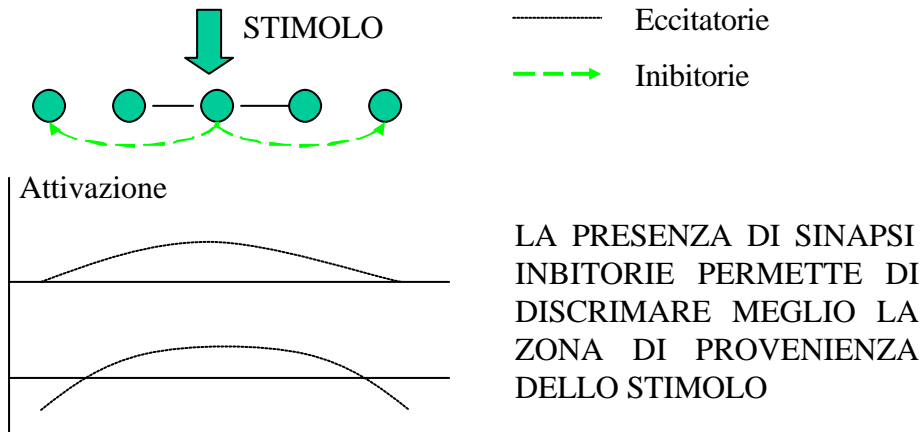
Il neurone artificiale



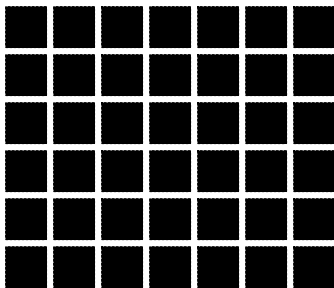
Modello semplificato del neurone reale
Strumento di calcolo o modello neurofisiologico?

Il campo recettivo

- Ogni neurone è dotato di **sinapsi eccitatorie** (verso i neuroni vicini) ed **inibitorie** (verso i neuroni lontani);

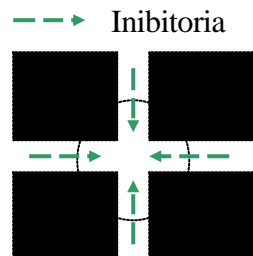


Il campo recettivo: effetto Hermann

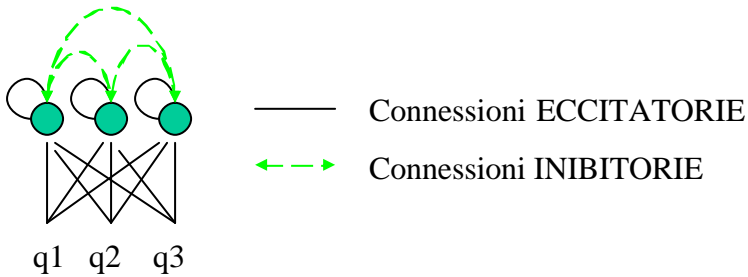


Vedo pallini neri agli incroci delle linee bianche !!!

Il neurone centrale viene "spento" dai neuroni vicini attivi: si genera il punto nero.

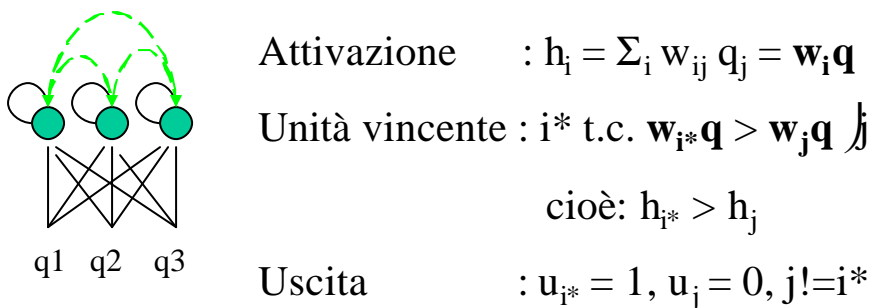


Reti non supervisionate: apprendimento competitivo



Ogni neurone ha connessioni inibitorie verso
gli altri neuroni

Competitive Learning 1: CL Rule



Competitive Learning Rule 1:

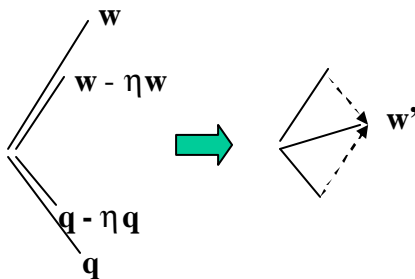
$$\Delta w_{i^*j} = \eta (q_j - w_{i^*j})$$

$$\Delta w_{ij} = \eta u_i (q_j - w_{ij})$$

Competitive Learning 1: CL Rule

$$\Delta w_{i^*j} = \eta (q_j - w_{i^*j}) \quad \text{WINNER TAKES ALL}$$
$$\Delta w_{ij} = \eta u_i (q_j - w_{ij}) \quad \text{HEBB'S LAW } [u_i q_j]$$

$$Dw_i = \eta u_i (\mathbf{q} - \mathbf{w}_i) \quad \textcircled{R} \quad \mathbf{w}_i' = \mathbf{w}_i + \eta u_i \mathbf{q} - \eta u_i \mathbf{w}_i$$

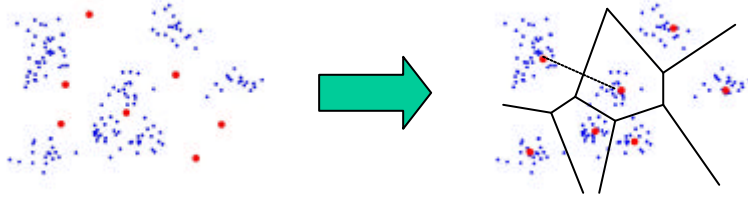


- Il peso \mathbf{w} del neurone vincente i^* si sposta verso l'ingresso presentato \mathbf{q} ;
- $-\eta\mathbf{w}$ evita che il peso \mathbf{w} cresca a dismisura.

Competitive Learning 1: CL Rule

- Presentiamo alla rete gli ingressi \mathbf{q} (normalizzati);
- Per ogni ingresso la rete sceglie il neurone vincente i^* (il neurone con peso \mathbf{w} “più simile” a \mathbf{q});
- Il peso \mathbf{w}_{i^*} del neurone vincente i^* viene aggiornato in direzione di \mathbf{q} ;
- Durante l'addestramento il learning rate η diventa più piccolo;
- Effetto: ogni neurone si sposta verso il centro di un cluster dei dati presentati (**CLUSTERING / QUANTIZZAZIONE VETTORIALE**).

Competitive Learning 1: Clustering



- Il dataset viene diviso in CLUSTER;
- Tessellazione di Voronoi dello spazio;
- Compressione dei dati;
- Divisione in classi.

Competitive Learning 2: Learning Vector Quantization (Kohonen)

E' una versione supervisionata della quantizzazione vettoriale:

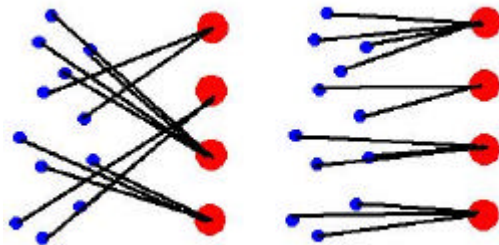
$$\Delta w_{ij} = \eta u_i (q_j - w_{ij}) \quad \text{se la classe è corretta}$$

$$\Delta w_{ij} = - \eta u_i (q_j - w_{ij}) \quad \text{altrimenti}$$

Competitive Learning 3: Feature Mapping

- Con il Feature Mapping si dà importanza alla posizione dei neuroni (xxx-topia, Homunculus sensitivo);
- A uscite contigue corrispondono configurazioni d'ingresso contigue;
- La rete opera una trasformazione tra lo spazio degli ingressi e lo spazio delle uscite (categorie) che preserva le relazioni di vicinanza tra i vari elementi.

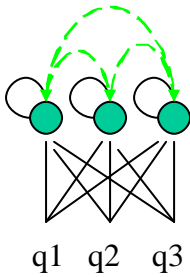
Competitive Learning 3: Feature Mapping



Clustering "normale"

Feature Mapping

Competitive Learning 3: S.O.M.



Unità vincente: i^* t.c. $|\mathbf{w}_{i^*} - \mathbf{q}| < |\mathbf{w}_j - \mathbf{q}| \quad \forall j$

Uscita : $u_{i^*} = 1, u_j = 0, j \neq i^*$

Competitive Learning Rule 3 (S.O.M. - Kohonen '81):

$$D\mathbf{w}_i = \eta_k \Lambda_k(i, i^*) (\mathbf{q} - \mathbf{w}_i)$$

$$\Lambda_k(i, i^*) = \exp(-|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i^*}|^2 / 2\sigma_k^2) \quad [\text{funzione di vicinato}]$$

Competitive Learning 3: S.O.M.

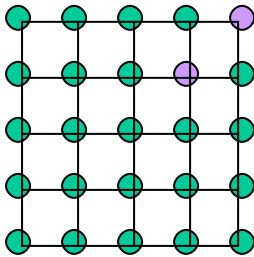
$$D\mathbf{w}_i = \eta_k \Lambda_k(i, i^*) (\mathbf{q} - \mathbf{w}_i) \quad \textcircled{R} \quad \mathbf{w}' = \mathbf{w} + \eta_k \Lambda_k \mathbf{q} - \eta_k \Lambda_k \mathbf{w}_i$$

- Il neurone si sposta verso l'ingresso presentato $[+\eta_k \Lambda_k \mathbf{q}]$;
- $[-\eta_k \Lambda_k \mathbf{w}_i]$ evita che il peso \mathbf{w}_i cresca a dismisura.

L'AGGIORNAMENTO VIENE FATTO SU TUTTI I NEURONI, NON SOLO SUL NEURONE VINCENTE i^* . L'AGGIORNAMENTO E' MODULATO DALLA FUNZIONE DI VICINATO $\Lambda_k(i, i^*)$.

Competitive Learning 3: S.O.M.

I neuroni della SOM sono ordinati topologicamente nello spazio dei neuroni (es. griglia ordinata in \mathbb{R}^2). In tale spazio viene calcolata la funzione di vicinato $\Lambda(i,j)$.



La distanza tra i due neuroni è:

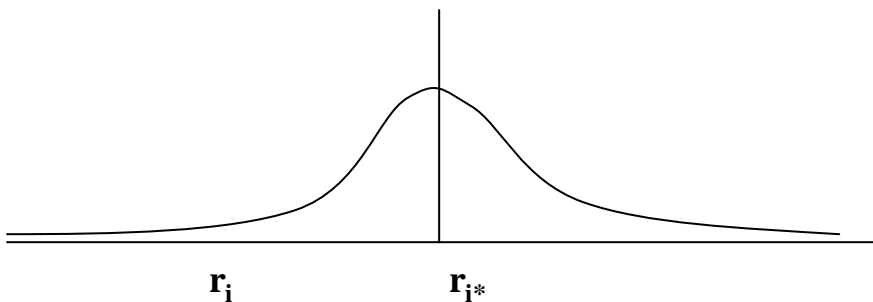
$$\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = 1.4142 \quad [\text{Metrica Euclidea}]$$

$$|\Delta x| + |\Delta y| = 2 \quad [\text{Manhattan}]$$

...

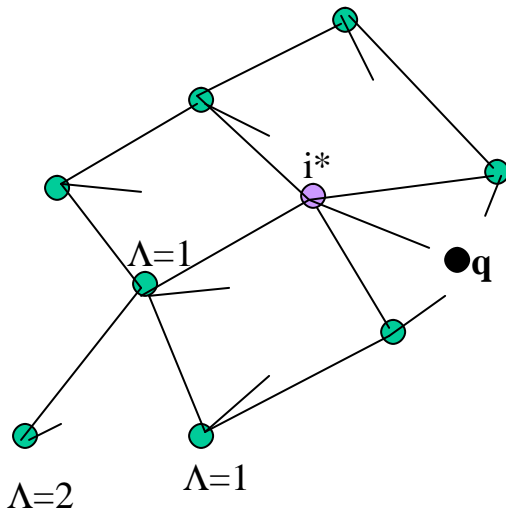
Competitive Learning 3: S.O.M.

$$\Lambda_k(i, i^*) = \exp(-|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i^*}|^2 / 2\sigma_k^2)$$



Per un neurone lontano dal neurone vincente $\Lambda_k(i, i^*) \rightarrow 0$; l'aggiornamento del neurone $[\mathbf{w}' = \mathbf{w} + \eta_k \Lambda_k(\mathbf{q} - \mathbf{w}_i)]$ è piccolo!

Competitive Learning 3: S.O.M.



In definitiva:

-Il neurone vincente si sposta verso q , trascinando i vicini

- L'ordinamento dei pesi dei neuroni nello spazio dei dati è simile all'ordinamento dei neuroni nello spazio dei neuroni

Competitive Learning 3: S.O.M.

- L'addestramento avviene presentando alla rete i vettori (dati) $q \in \mathbb{R}^N$ per un numero di epoche E ;

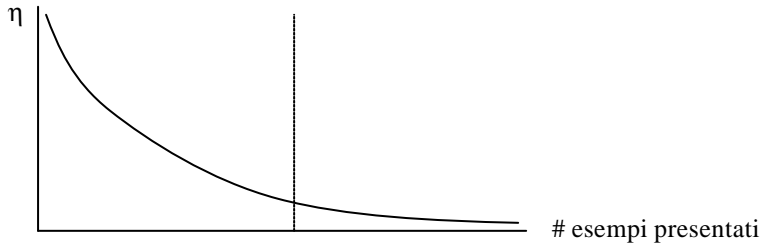
- Per ogni esempio presentato q vengono aggiornati i pesi dei neuroni della rete;

- Durante l'addestramento il learning rate η e la neighborhood distance σ decrescono;

- Se presentiamo alla rete un nuovo esempio q alla fine dell'addestramento, la rete lo classifica (neurone vincente);

- Categorie simili sono rappresentate da neuroni vicini.

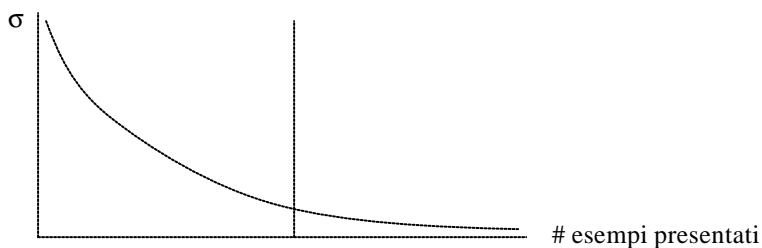
Competitive Learning 3: S.O.M.



$$D\mathbf{w}_i = \eta_k \Lambda_k(i, i^*) (\mathbf{q} - \mathbf{w}_i) \quad \textcircled{R} \quad \mathbf{w}' = \mathbf{w} + \eta_k \Lambda_k \mathbf{q} - \eta_k \Lambda_k \mathbf{w}_i$$

Procedendo nell'addestramento della rete, i pesi dei neuroni perdono la possibilità di muoversi.

Competitive Learning 3: S.O.M.



$$D\mathbf{w}_i = \eta_k \Lambda_k(i, i^*) (\mathbf{q} - \mathbf{w}_i) \quad \textcircled{R} \quad \mathbf{w}' = \mathbf{w} + \eta_k \Lambda_k \mathbf{q} - \eta_k \Lambda_k \mathbf{w}_i$$

$$\Lambda_k(i, i^*) = \exp(-|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i^*}|^2 / 2\sigma_k^2)$$

Procedendo nell'addestramento della rete, un neurone perde la capacità di spostare i suoi vicini.

Competitive Learning 3: S.O.M.

Addestramento SOM

- 1) **ORDERING PHASE:** h , s **grandi**; ogni neurone può spostarsi molto verso l'ingresso q ; il neurone trascina con sé i vicini; in tale fase la rete si dispiega nello spazio R^N ;
- 2) **TUNING PHASE:** h , s **piccoli**; ogni neurone si muove da solo; è una fase di affinamento in cui vengono raggiunti con precisione i centri dei cluster.

Competitive Learning 3: S.O.M.

Problemi:

- E' necessario scegliere η , σ , numero di epoche, durata della ordering phase → metodi empirici(!);
- Scelta della topologia e del numero di neuroni corretti;
- I dati di addestramento devono presentare una certa ridondanza;
- Unità “morte”;

Competitive Learning 3: S.O.M.

Parametri caratteristici della SOM:

- # neuroni, $\eta(t)$, $\sigma(t)$;
- Durata ordering & tuning phase, epoche;
- Topologia della SOM (neuroni in \mathbb{R}^M);
- Spazio dei dati \mathbf{q} (\mathbb{R}^N) e dei pesi \mathbf{w} ;

Applicazioni SOM

Riduzione della dimensione dello spazio dei dati:

$$\mathbf{q} \in \mathbb{R}^N \rightarrow \text{SOM} \rightarrow \mathbf{i}^* \in \mathbb{R}^M$$

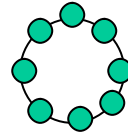
Applicazioni:

- clustering (feature mapping);
- classificazione (segmentazione bioimmagini);
- compressione dei dati (telecomunicazioni);
- ricostruzione superfici nello spazio 3D;
- controllo robot, pattern recognition, ...

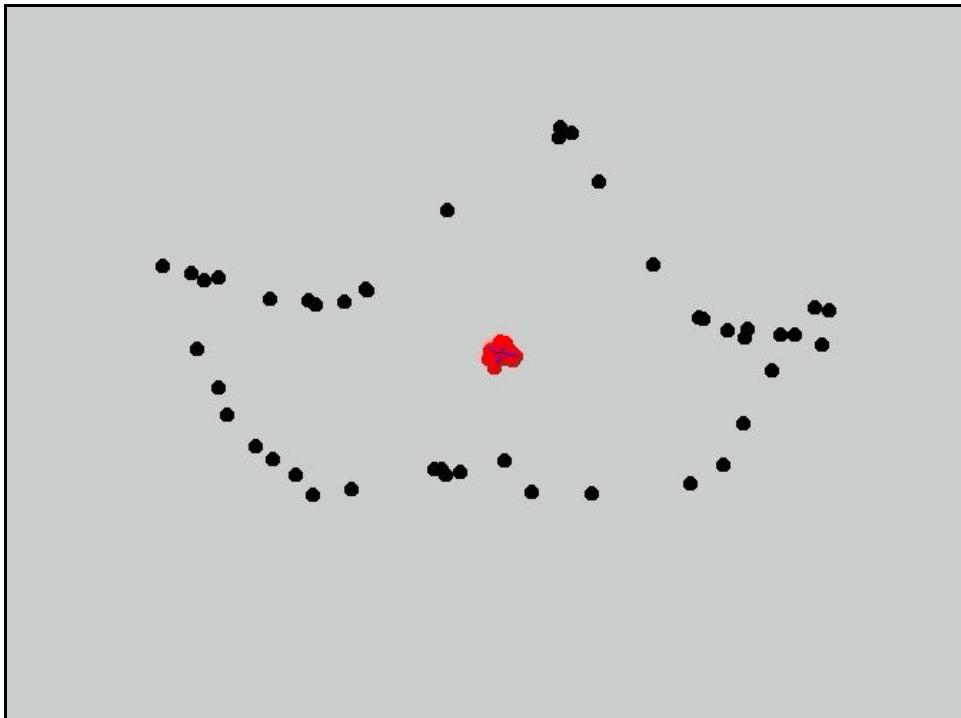
Esempi SOM 1: Ordinamento

Spazio dei dati \mathbf{q} (e dei pesi \mathbf{w}) : \mathbb{R}^3

Topologia della SOM : circolare



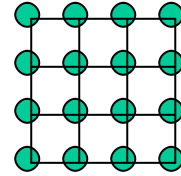
Parametri di addestramento : # neuroni, $\eta(t)$, $\sigma(t)$, ...



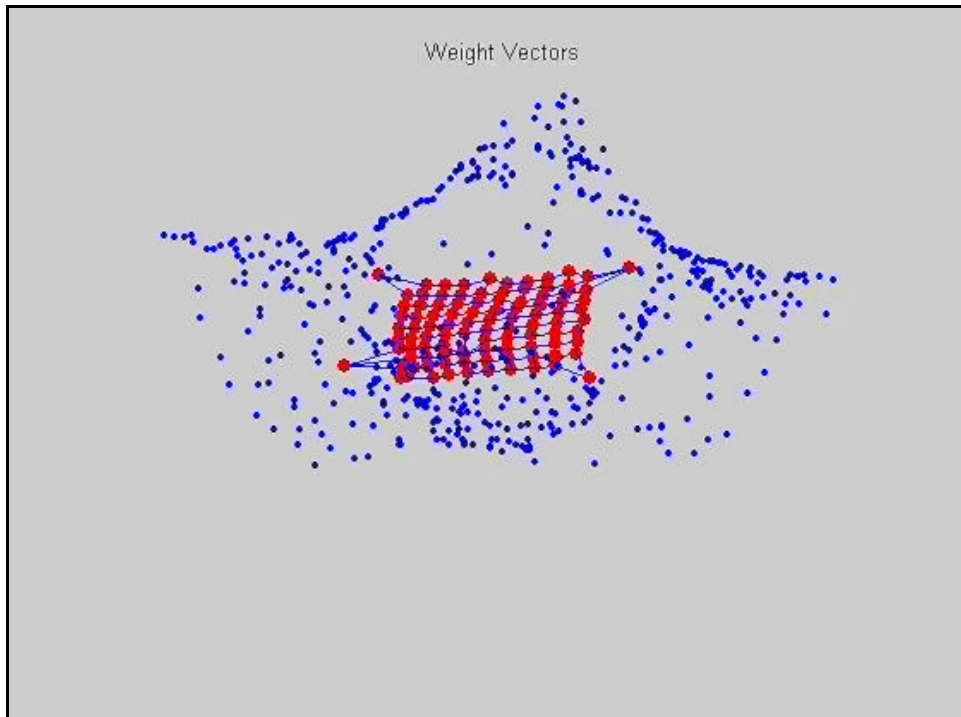
Esempio SOM 2: Ricostruzione

Spazio dei dati \mathbf{q} (e dei pesi \mathbf{w}) : \mathbb{R}^3

Topologia della SOM : griglia 2D



Parametri di addestramento : # neuroni = 10x10, 0.5 \rightarrow
0.1 lin, 10 \rightarrow 1 lin, ...



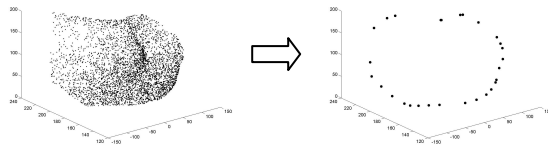
Applicazioni SOM: ricostruzione

Problemi:

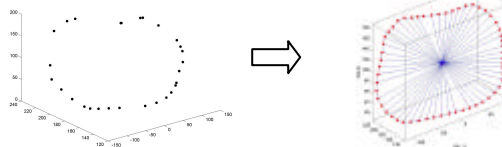
- Oscillazioni della rete all'inizio dell'addestramento;
Sol.: Scelta accurata di $\eta(t)$, $\sigma(t)$
- Raggiungimento dei confini della superficie aperta;
Sol.: Boundary First Method + η , σ modificati
- Numero insufficiente di neuroni;
Sol.: Parametrizzazione della points cloud

Boundary First Method

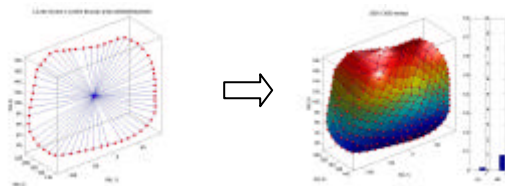
1) Individuazione dei punti di confine della superficie

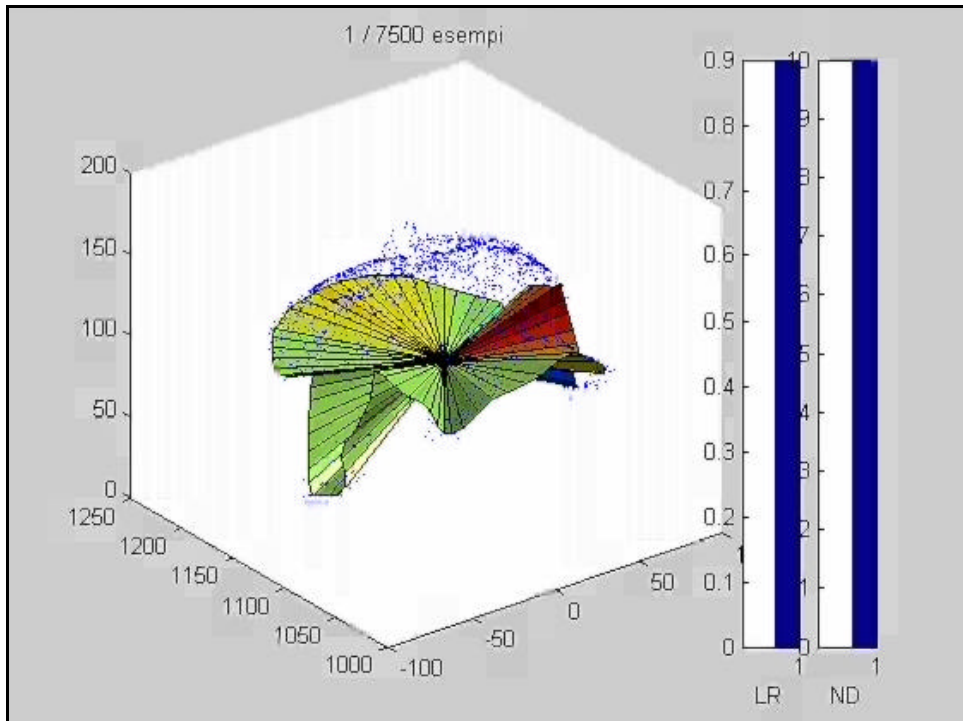
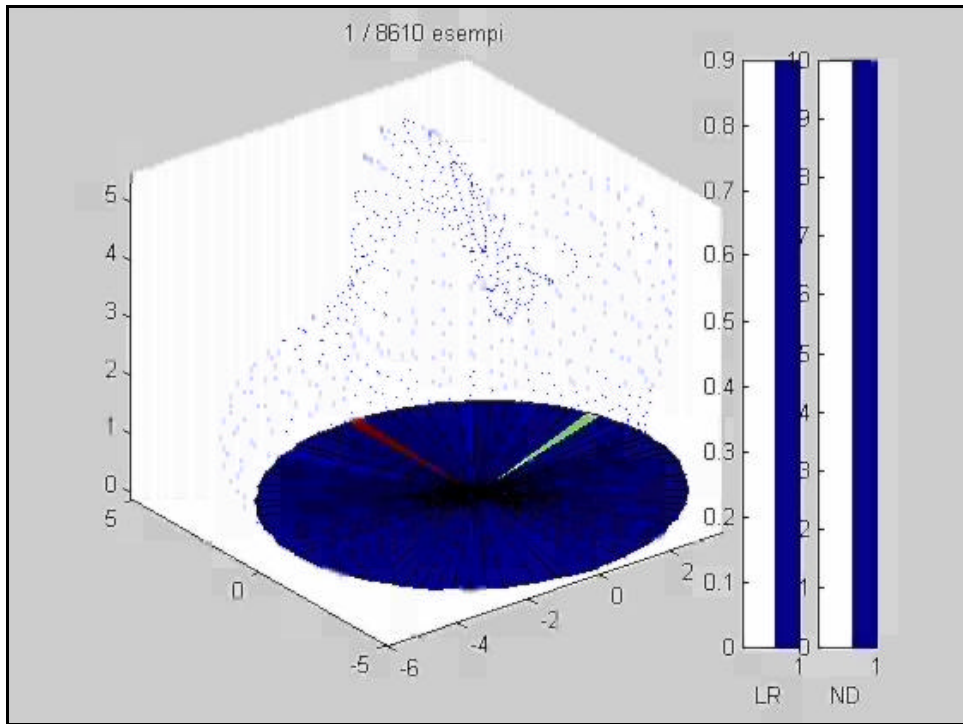


2) Posizionamento dei neuroni di bordo



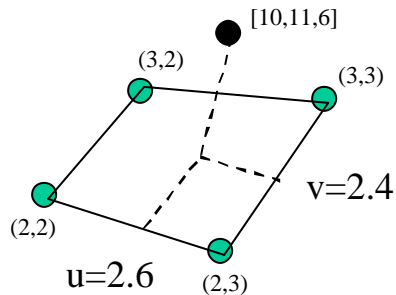
3) Addestramento della SOM (neuroni di bordo bloccati), η, σ maggiori ai lati





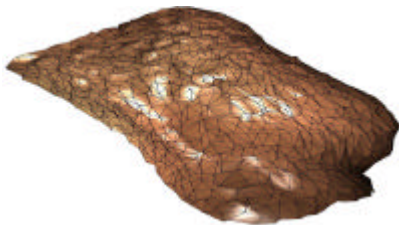
Parametrizzazione Points Cloud

- Ad ogni punto 3D $[x,y,z]$ vengono assegnate le coordinate 2D $[u,v]$ corrispondenti nello spazio 2D della SOM tramite una proiezione (parametrizzazione)

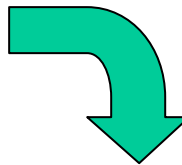


Parametrizzazione Points Cloud

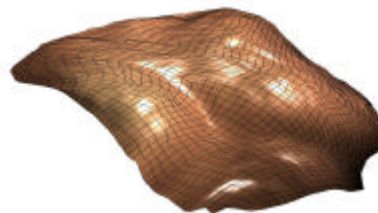
I punti 2D $[u,v]$ possono essere triangolati (ricostruzione a mesh di triangoli). La mesh viene poi filtrata/interpolata.



Ricostruzione a mesh di triangoli

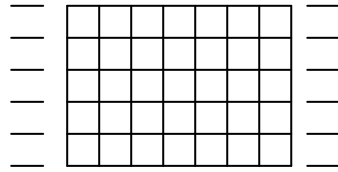
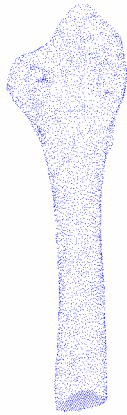
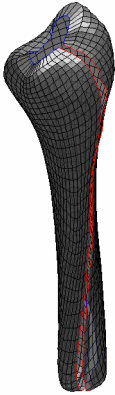


Filtraggio o interpolazione



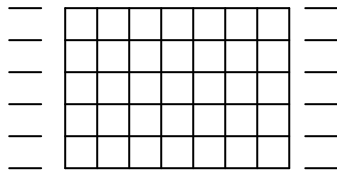
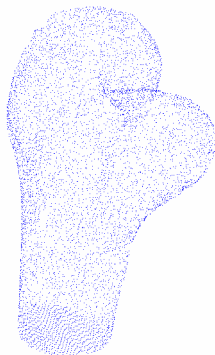
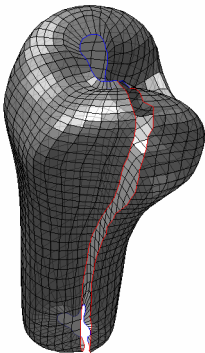
Ricostruzione Finale

Tibia Left



Topologia: cilindro

Femoral Bone Left



Topologia: cilindro

Varianti SOM

- SELF CREATING MAP
 - Aggiunta di un neurone:
 - Vicino al neurone vincente con f maggiore;
 - Vicino al neurone con curvatura massima;
- ADAPTIVE RESONANCE THEORY (reti ART);
- SOM SUPERVISIONATE;
- ...

Tesi: Virtual Art



Ricostruzione tramite SOM di superfici nello spazio 3D dalla topologia complessa:

- Scelta della corretta topologia della SOM;
- Possibilità di usare più SOM (problemi di giunzione);
- Problemi nella generazione della points cloud;

Progetto Ricostruzione 3D...

