


Firmware Multiplier

Prof. Alberto Borghese
Dipartimento di Informatica
borghese@di.unimi.it

Università degli Studi di Milano

Riferimenti sul Patterson 5a ed.: B.6 & 3.4


Sommario

Il moltiplicatore firmware

Ottimizzazione dei moltiplicatori firmware

L'approccio firmware

Nell'approccio firmware, viene inserita nella ALU una unità di controllo e dei registri. L'unità di controllo attiva opportunamente le unità aritmetiche ed il trasferimento da/verso i registri. Approccio *"controllore-datapath"*.

Viene inserito un microcalcolatore dentro la ALU.

Il primo microprogramma era presente nell'IBM 360 (1964).

L'approccio firmware vs hardware

La soluzione HW è più veloce ma più costosa per numero di porte e complessità dei circuiti.

La soluzione firmware risolve l'operazione complessa mediante una sequenza di operazioni semplici. E' meno veloce, ma più flessibile e, potenzialmente, adatta ad inserire nuove procedure.

La soluzione HW è percorsa per le operazioni frequenti: la velocizzazione di operazioni complesse che vengono utilizzate raramente non aumenta significativamente le prestazioni (legge di Amdahl).

Algoritmi per la moltiplicazione

Il razionale degli algoritmi firmware della moltiplicazione è il seguente.

Si analizzano sequenzialmente i bit del moltiplicatore e:

1) Si mette 0 nella posizione opportuna (se il bit analizzato del moltiplicatore = 0).

2) Si mette una copia del moltiplicando nella posizione opportuna (se il bit analizzato del moltiplicatore è = 1).

Moltiplicando 1 1 0 1 1 x

Moltiplicatore 1 0 1 =

---

1 1 0 1 1 +

0 0 0 0 0 -

---

1 1 0 1 1

1 1 0 1 1 - -

Prodotto 1 0 0 0 0 1 1 1

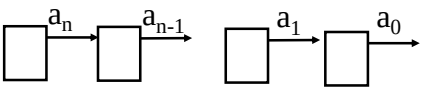
Shift (scalamento)

Dato A su 32 bit: $a_j = a_{j-k}$ k shift amount (>, =, < 0).

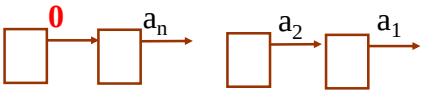
Effettuato al di fuori delle operazioni selezionate dal Mux della ALU, da un circuito denominato *Barrel shifter*.

Tempo comparabile con quello della somma.

Operazioni codificate in modo specifico nell'ISA.



Shift dx 1



Il bit a_0 si "perde".
Il bit $a_n = 0$.

Moltiplicazione utilizzando somma e shift

Utilizzo un registro prodotto da 64 bit, inizializzato a 0.

Itero per ogni bit del moltiplicatore:

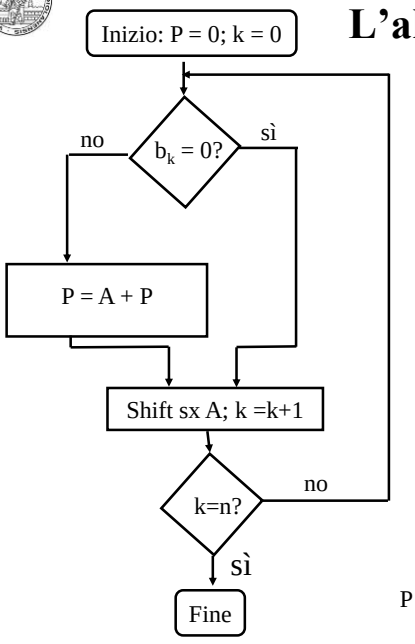
A) Sommo il moltiplicando al prodotto se il bit = 1.

B) Shift a sx di un bit il moltiplicando (A' = A * base).

```
  1 1 0 1 1 x   A
    1 1 1 =     B
-----------------
    0 0 0 0 0 +
    1 1 0 1 1
-----------------
  1 1 1 1 1
    1 1 0 1 1 +     P
  1 1 0 1 1 -       A
-----------------
1
  1 0 1 0 0 0 1 +
  1 1 0 1 1 - -
-----------------
1 0 1 1 1 1 0 1
```

27 x 7 = 189

L'algoritmo



A → 1 1 0 1 1 x

B → 1 1 1 =

```
-----------------
    0 0 0 0 0 +     P
    1 1 0 1 1       A
-----------------
  1 1 1 1 1
    1 1 0 1 1 +     P
  1 1 0 1 1 -       A1
-----------------
1
  1 0 1 0 0 0 1 +   P
  1 1 0 1 1 - -     A2
-----------------
1 0 1 1 1 1 0 1
```

$P_1 = 0 + A$

$A_1 = A*2$

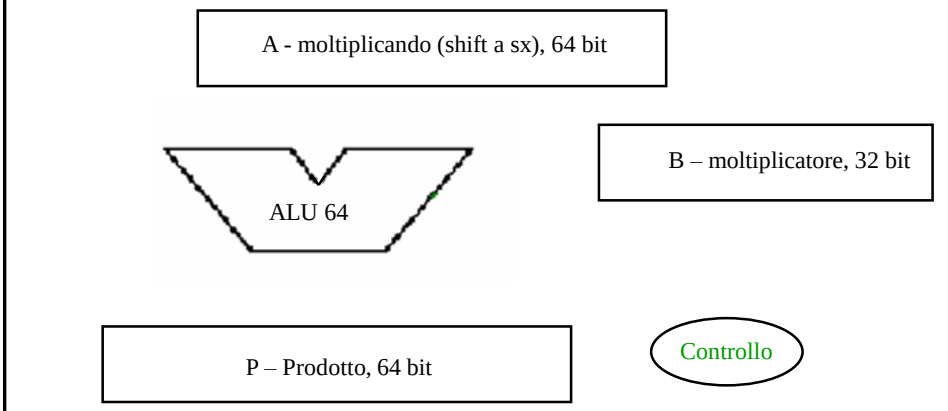
$P_2 = P_1 + A_1$

$A_2 = A_1*2 = A*4$

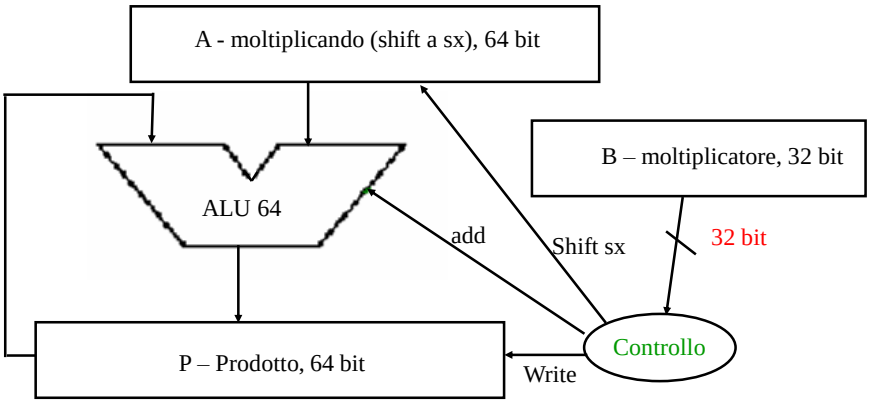
$P_3 = P_2 + A_2$

P contiene le somme parziali, al termine conterrà la somma totale, cioè il risultato del prodotto.

Implementazione circuitale – gli attori



Implementazione circuitale



Qual'è il problema?

Esercizi

Costruire il circuito HW che esegui la moltiplicazione 7 x 9 in base 2.

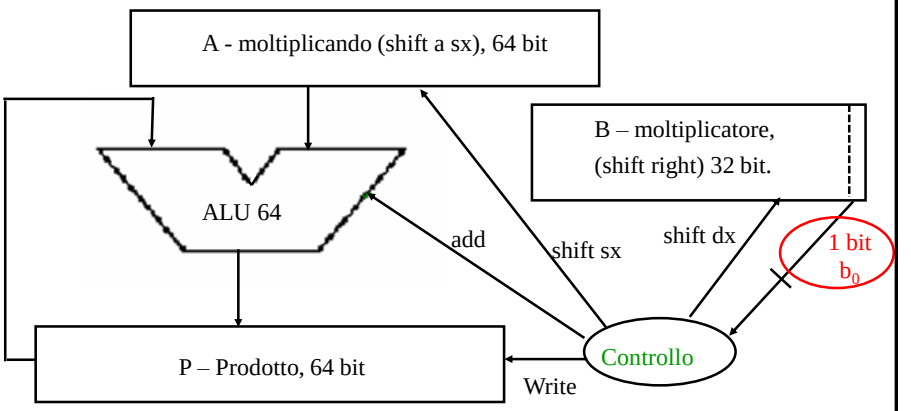
Eseguire la stessa moltiplicazione secondo l'algoritmo visto, indicando passo per passo il contenuto dei 3 componenti: A che contiene il moltiplicando, B che contiene il moltiplicatore e P che contiene somme parziali ed il risultato finale.

Sommario

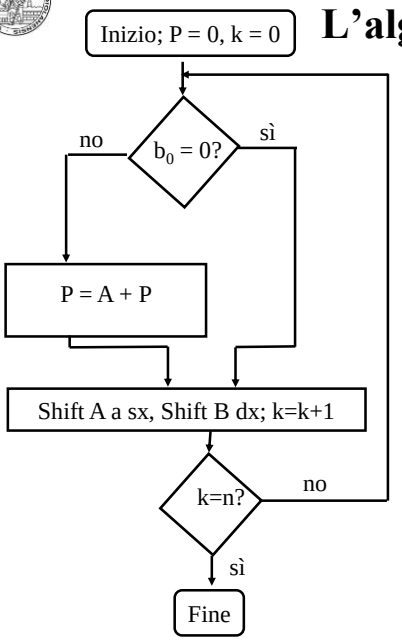
I moltiplicatori firmware

Ottimizzazione dei moltiplicatori firmware

Implementazione circuitale ottimizzata - I



L'algoritmo - I



A → 1 1 0 1 1 x
B → 1 1 1 =

---

0 0 0 0 0 + P

A = A * 2^0 1 1 0 1 1 A

---

1 1 1 1 1

1 1 0 1 1 + P

A = A * 2^1 1 1 0 1 1 - A^1

1

1 0 1 0 0 0 1 + P

A = A * 2^2 1 1 0 1 1 - - A^2

P → 1 0 1 1 1 1 0 1

Esempio - I

Iterazione	Passo	Moltiplicatore	Moltiplicando	Prodotto
0	Valori iniziali	0011	0000 0010	0000 **0000**
1	1a: 1 ⇒ Prod = Prod + Mcando	0011	0000 0010	0000 0010
	2: Scala a sinistra Moltiplicando	0011	0000 0100	0000 0010
	3: Scala a destra Moltiplicatore	0001	0000 0100	0000 **0010**
2	1a: 1 ⇒ Prod = Prod + Mcando	0001	0000 **0100**	0000 0110
	2: Scala a sinistra Moltiplicando	0001	0000 1000	0000 0110
	3: Scala a destra Moltiplicatore	0000	0000 1000	0000 0110
3	1: 0 ⇒ Nessuna operazione	0000	0000 1000	0000 0110
	2: Scala a sinistra Moltiplicando	0000	0001 0000	0000 0110
	3: Scala a destra Moltiplicatore	0000	0001 0000	0000 0110
4	1: 0 ⇒ Nessuna operazione	0000	0001 0000	0000 0110
	2: Scala a sinistra Moltiplicando	0000	0010 0000	0000 0110
	3: Scala a destra Moltiplicatore	0000	0010 0000	0000 0110

0010 x
0011 =

Moltiplicazione su 4 bit.

Razionale per una seconda implementazione

Meta' dei bit del registro moltiplicando vengono utilizzati ad ogni iterazione.

Ad ogni iterazione si aggiunge 1 bit al registro prodotto.

Ad ogni iterazione sommo N cifre (pari al numero di cifre del moltiplicando).

Spostamento della ALU sul registro prodotto.
Oppure
Si sposta la somma dei prodotti parziali verso dx di 1 bit ad ogni iterazione.

```
          1 1 0 1 1 x
            1 1 1 =
----------------------
          0 0 0 0 0 +    P
          1 1 0 1 1      A
----------------------
        1 1 1 1 1
          1 1 0 1 1 +    P
        1 1 0 1 1 -      A1
----------------------
      1
        1 0 1 0 0 0 1 +  P
        1 1 0 1 1 - -    A2
------------------------
      1 0 1 1 1 1 0 1
```

Implementazione ottimizzata - II

1ª implementazione

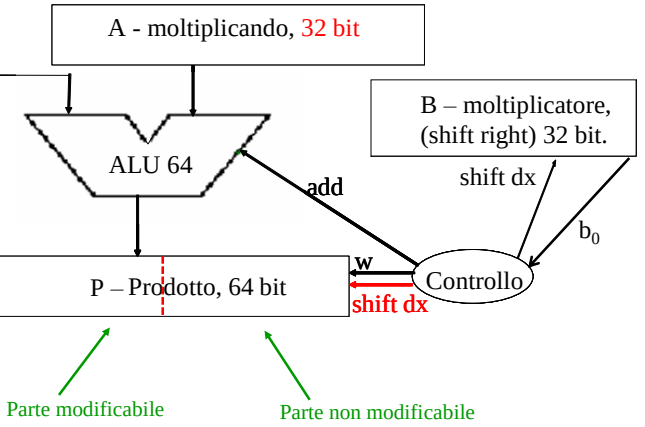
1 1 0 1 1
1 1 0 1 1

Sposto a sx il moltiplicando | Sposto a dx il prodotto
P^1 primo prodotto parziale

2ª implementazione

1 1 0 1 1
1 1 0 1 1

```
    1 1 0 1 1 x
        1 1 1 =
----------------------
        0 0 0 0 0 +
        1 1 0 1 1
----------------------
      1 1 1 1 1
        1 1 0 1 1 +
      1 1 0 1 1 -
------------------------
    1
  1 0 1 0 0 0 1 +
    1 1 0 1 1 - -
-----------------------
-
  1 0  1 1 1 1 0 1
```



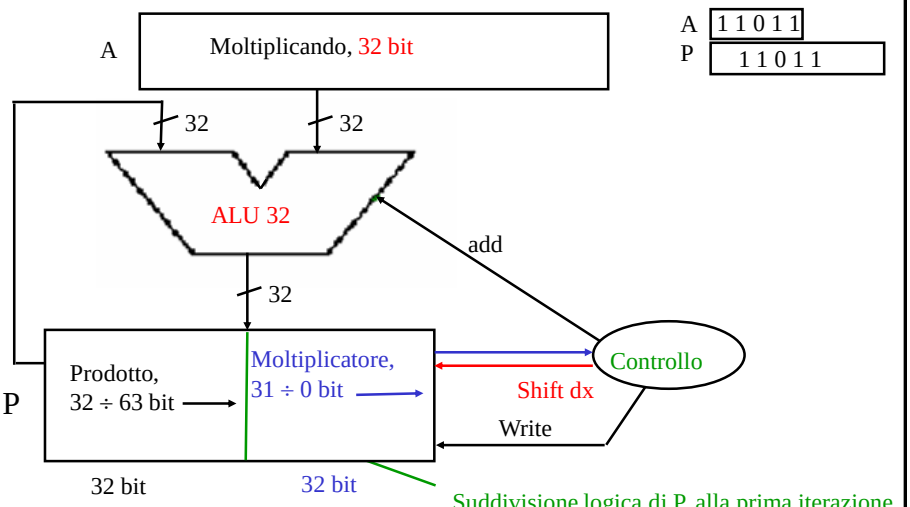
Razionale dell'implementazione - III

Il numero di bit del registro prodotto corrente (somma dei prodotti parziali) più il numero di bit da esaminare nel registro moltiplicando rimane costante ad ogni iterazione (pari a 64 bit).

Si può perciò eliminare il registro moltiplicatore.

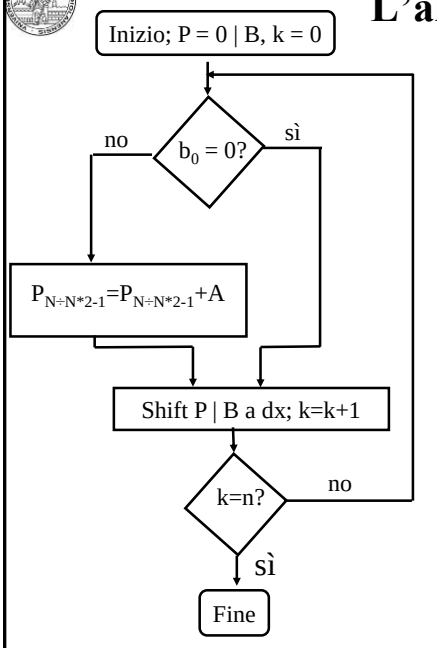
```
    1 1 0 1 1 x
        1 1 1 =
----------------------
        0 0 0 0 0 +
        1 1 0 1 1
----------------------
      1 1 1 1 1
        1 1 0 1 1 +
      1 1 0 1 1 -
------------------------
    1
  1 0 1 0 0 0 1 +
    1 1 0 1 1 - -
-----------------------
-
  1 0  1 1 1 1 0 1
```

Circuito ottimizzato - III



Il moltiplicando è allineato sempre ai 32 bit più significativi del prodotto.
Ad ogni iterazione, il prodotto si allarga, il moltiplicatore si restringe.

L'algoritmo ottimizzato - III




```
A ──→      1 1 0 1 1 x
B ──→        1 1 1 =
-----------------------
          0 0 0 0 0 +
          1 1 0 1 1
-----------------------
        1 1 1 1 1
          1 1 0 1 1 +
        1 1 0 1 1 -
-----------------------
      1
        1 0 1 0 0 0 1 +
        1 1 0 1 1 - -
-----------------------
      -
P ──→  1 0 1 1 1 1 0 1
```

Esempio di esecuzione dell'algoritmo ottimizzato - III

Iterazione	Passo	Moltiplicando	Prodotto
0	Valori iniziali	0010	0000 0011
1	1a: 1 ⇒ Prod = Prod + Mcando	0010	0010 0011
	2: Scala a destra Prodotto	0010	0001 0001
2	1a: 1 ⇒ Prod = Prod + Mcando	0010	0011 0001
	2: Scala a destra Prodotto	0010	0001 1000
3	1: 0 ⇒ Nessuna operazione	0010	0001 1000
	2: Scala a destra Prodotto	0010	0000 1100
4	1: 0 ⇒ Nessuna operazione	0010	0000 1100
	2: Scala a destra Prodotto	0010	0000 0110

Il moltiplicando è allineato (e sommato) ai bit più significativi del prodotto.

Implementazione ottimizzata - II

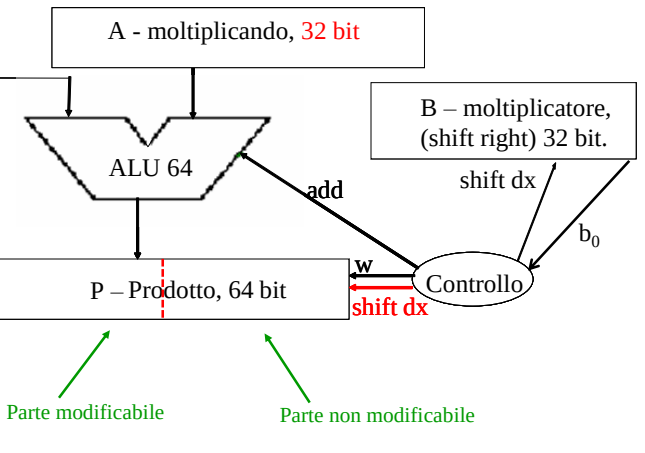
1ª implementazione

2ª implementazione

1 1 0 1 1 | Sposto a sx il moltiplicando | Sposto a dx il prodotto | 1 1 0 1 1

1 1 0 1 1 | P^1 primo prodotto parziale | 1 1 0 1 1

```
  1 1 0 1 1 x
      1 1 1 =
----------------------
    0 0 0 0 0 +
    1 1 0 1 1
----------------------
    1 1 1 1 1
  1 1 0 1 1 +
  1 1 0 1 1 -
----------------------
1
  1 0 1 0 0 0 1 +
  1 1 0 1 1 - -
----------------------
-
  1 0 1 1 1 1 0 1
```



Unità di controllo

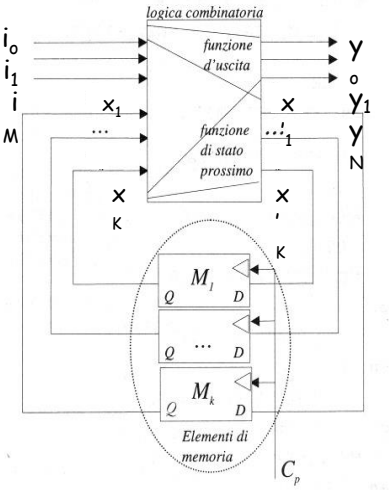
Macchina a stati finite:

{X} – Stati
{I} – Ingressi
{Y} – Uscite
X_0 – Stato iniziale
f(x,i) – Funzione stato prossimo
g(x) – Funzione di uscita

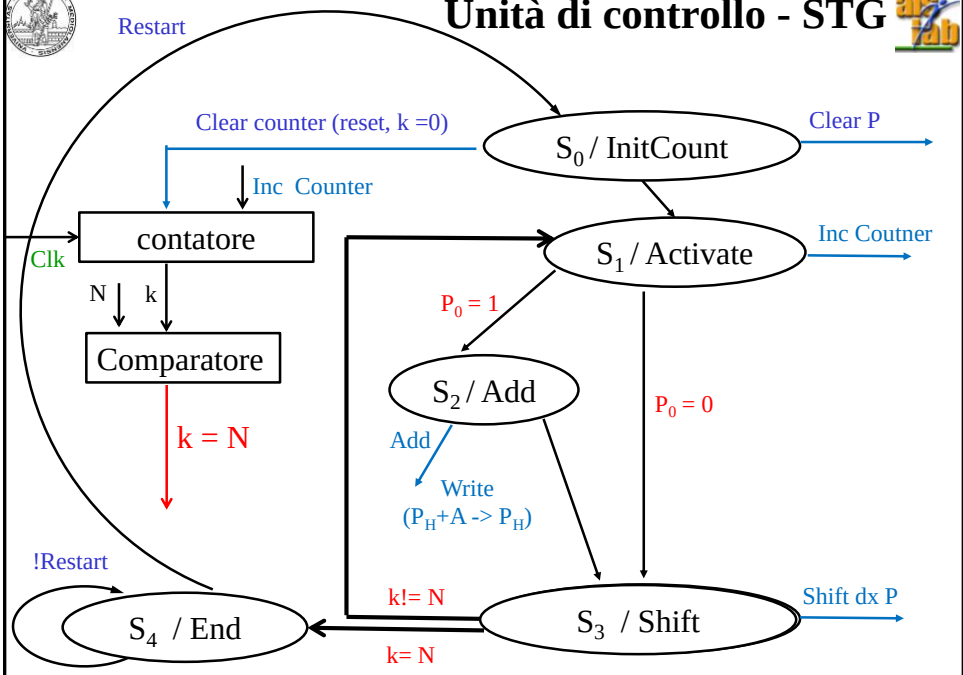
Approccio mediante definizione dello STG

Riferimento: circuito con A, B e P.

Contatore interno all'unità di controllo (FSM)



Unità di controllo - STG



Unità di controllo - STT

S = {InitCount, Activate, Add, Shift, End}
I = {k=N, P_0, Restart}
Y = {Write P, Shift dx P, ClearCount, Clear P, IncCounter}
S_0 = InitCount

	k != N	k = N	k!= N	k = N	k != N	k = N	k!= N	k = N	Uscita
	$P_0 = 0$	$P_0 = 0$	$P_0 = 1$	$P_0 = 1$	$P_0 = 0$	$P_0 = 0$	$P_0 = 1$	$P_0 = 1$	
	!Restart	!Restart	!Restart	!Restart	Restart	Restart	Restart	Restart	
InitCount	Activate	Activate	Activate	Activate	Activate	Activate	Activate	Activate	Clear P, Clear counter
Activate	Shift	Shift	Add	Add	Shift	Shift	Add	Add	Inc counter
Add	Shift	Shift	Shift	Shift	Shift	Shift	Shift	Shift	Add, Write P_H
Shift	Activate	End	Activate	End	Activate	End	Activate	End	Shift P dx
End	End	End	End	End	InitCount	InitCount	InitCount	InitCount	

Approcci tecnologici alla ALU

Quattro approcci tecnologici alla costruzione di una ALU (e di una CPU):

– Approccio strutturato. Analizzato in questa lezione.

– Approccio hardware programmabile (e.g. PLA). Ad ogni operazione corrisponde un circuito combinatorio specifico.

– Approccio ROM. E' un approccio esaustivo (tabellare). Per ogni funzione, per ogni ingresso viene memorizzata l'uscita. E' utilizzabili per funzioni molto particolari (ad esempio di una variabile). Non molto utilizzato.

– Approccio firmware (firm = stabile), o microprogrammato. Si dispone di circuiti specifici solamente per alcune operazioni elementari (tipicamente addizione e sottrazione). Le operazioni più complesse vengono sintetizzate a partire dall'algoritmo che le implementa.

L'approccio firmware

Nell'approccio firmware, viene inserita nella ALU una unità di controllo e dei registri.

L'unità di controllo attiva opportunamente le unità aritmetiche ed il trasferimento da/verso i registri. Approccio *"controllore-datapath"*.

Viene inserito un microcalcolatore dentro la ALU.

Il primo microprogramma era presente nell'IBM 360 (1964).

L'approccio firmware vs hardware

La soluzione HW è più veloce ma più costosa per numero di porte e complessità dei circuiti.

La soluzione firmware risolve l'operazione complessa mediante una sequenza di operazioni semplici. E' meno veloce, ma più flessibile e, potenzialmente, adatta ad inserire nuove procedure.

La soluzione HW è percorsa per le operazioni frequenti: la velocizzazione di operazioni complesse che vengono utilizzate raramente non aumenta significativamente le prestazioni (legge di Amdahl).

Sommario

I moltiplicatori firmware

Ottimizzazione dei moltiplicatori firmware