Realtà Virtuale
Geometria I

Prof. Alberto Borghese
Dipartimento di Informatica
alberto.borghese@unimi.it

Università degli Studi di Milano

Lesson content

- Skeleton
- Representation of the skeleton position

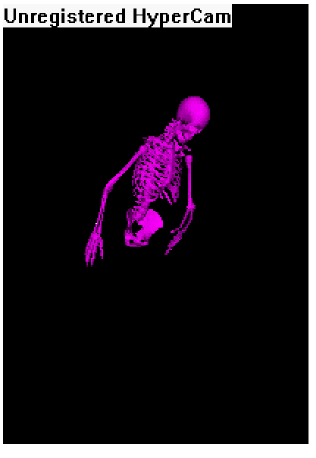
Visione 3D, Elaborazione di immagini e grafica

- **Vision 3D:** Imagines / sec => 3D reconstruction of the static of dynamic scene and its interpretation
- **3D Graphics:** 3D model of the scene, static or dynamic => 3D visualization

Virtual Reality is a branch of 3D graphics

They meet on the ground of 3D visualization

Skeleton animation through rotations



Skeleton - **segments** connected by **hinges**

Graphical representation

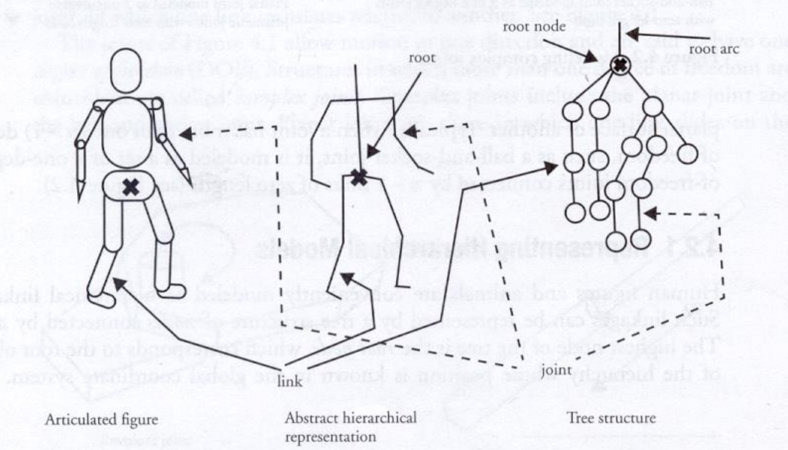
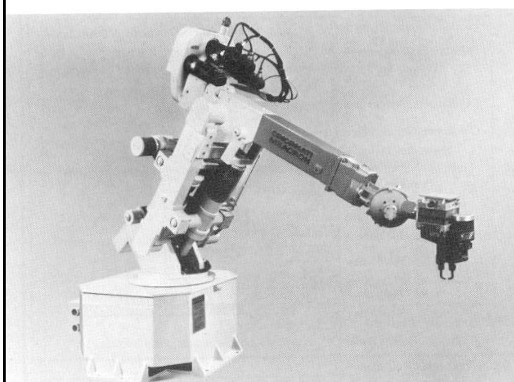
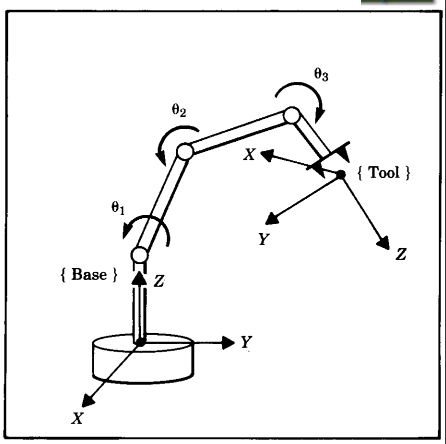


Figure 4.3 Example of a tree structure representing a hierarchical structure

Scheletro senza skin

Position description (skeleton = robot)





Kinematic chain. Hierarchical structure.

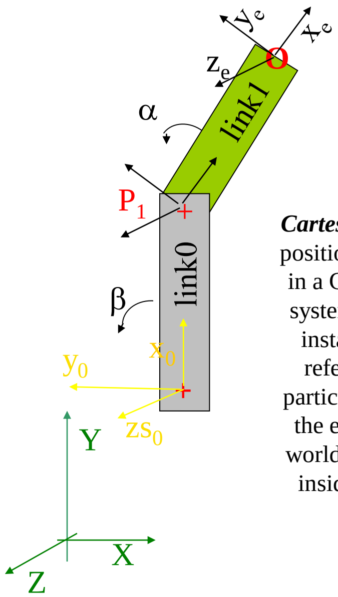
Position fully defined by degrees of freedom (movements allowed by articulated joints).

Frame. Reference system rigidly connected with part of the robot.

End point (punto finale della catena cinematica -> punto di interesse)

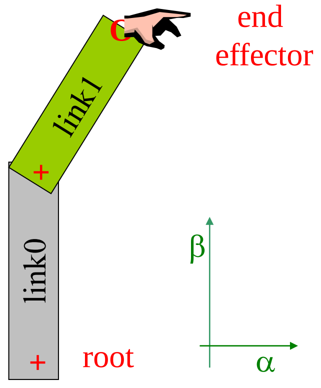
Convenzione di Denavit-Hartenberg importata dalla robotica.

Movement spaces



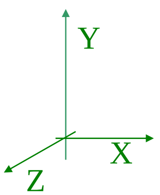
Joint space. It is the space of free parameters. Here: α e β.

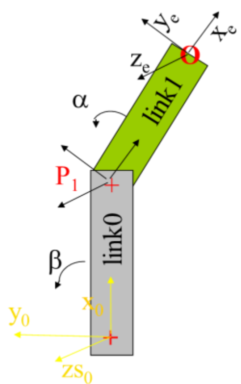
Cartesian space. It is the position of points, hinges in a Cartesian reference system. This can be for instance the absolute reference system. In particular the position of the end-effector as the world is often described inside a Cartesian 3D space.



Position description

- Transform from one frame into another.
- The transform is a function of the free parameters and of the geometrical parameters.
- We will consider here the rototranslation (rotation + translation) that can be expressed through matrixes.





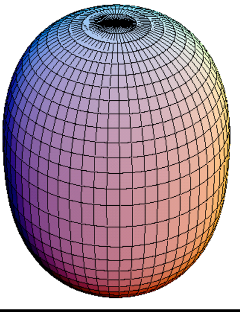
Lesson content

- Skeleton
- Representation of the skeleton position

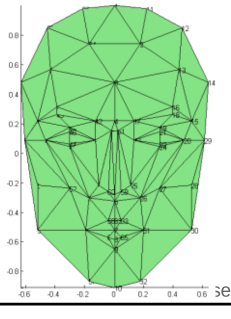
Descrizione della posizione di un corpo rigido (non solo scheletri)

- Punto materiale: **P** = **P(**X, Y, Z) – 3 dof
- Corpo rigido: 6 dof [**R**, **T**].
- Corpo deformabile: N dof **G** (poligono / griglia di controllo)

Griglia di controllo generica



Griglia di controllo semantica



Coordinate omogenee

Spazio delle classi di equivalenza: ogni punto in coordinate
carteziane 3D corrisponde a infiniti punti nello spazio omogeneo 4D che differiscono solo per un fattore moltiplicativo *w*:

$$V(x, y, z) \text{ corrisponde a :}$$
$$V(X, Y, Z, w)$$

Il passaggio tra lo spazio omogeneo e lo spazio 3D:

$$x = X / w$$
$$y = Y / w$$
$$z = Z / w$$

solitamente si sceglie w=1

w = 0 identifica il punto all'∞ sulla retta per l'origine, passante per V(x,y,z).
I coseni direttori saranno x/|V|, y/|V|, z/|V|.

Trasformazioni 3D

Traslazione – tutti i punti si spostano della stessa quantità (vettore spostamento). Di solito si considera la traslazione del baricentro.

Rotazione – tutti i punti lungo una retta chiamata asse non si spostano. Gli altri punti descrivono circonferenze perpendicolari all'asse.

Scala – variazione della dimensione lungo un asse.

Vengono espresse come trasformazioni nello spazio di coordinate omogenee 4D come prodotto tra matrici.

Traslazione

- Tutti i punti si spostano della stessa quantità

- P' = P + T

  - P' = $\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix}$

Traslazione in coordinate omogenee

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \boxed{\begin{matrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{matrix}} \\ 0 & 1 & 0 & \\ 0 & 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad V' = TV = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} x' &= (x + 0 + 0 + T_x) \\ y' &= (0 + y + 0 + T_y) \\ z' &= (0 + 0 + z + T_z) \\ w' &= (0 + 0 + 0 + 1) \end{aligned}$$

coord. omogenee

$$\begin{aligned} x^t &= x'/w' = (x + T_x)/1 = x + T_x \\ y^t &= y'/w' = (y + T_y)/1 = y + T_y \\ z^t &= z'/w' = (z + T_z)/1 = z + T_z \end{aligned}$$

coord. cartesiane

Scala

- Tutti i punti si spostano di una quantità proporzionale alla loro distanza dal centro.

- P' = S P

- P' = $\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$

Scala in coordinate omogenee

$$S = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{matrix}} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \end{matrix} & 1 \end{pmatrix}$$

$$V' = SV = \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x' = (x.S_x + 0 + 0 + 0)$$
$$y' = (0 + y.S_y + 0 + 0)$$
$$z' = (0 + 0 + z.S_z + 0)$$
$$w' = (0 + 0 + 0 + 1)$$

coord. omogenee

$$x^s = x'/w' = (x.S_x)/1$$
$$y^s = y'/w' = (y.S_y)/1$$
$$z^s = z'/w' = (z.S_z)/1$$

coord. cartesiane

Traslazione + Scala

$$V'' = SV' = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{matrix}} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \end{matrix} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} \qquad V' = TV = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Scala Traslazione

$$V'' = S \begin{pmatrix} x + T_x \\ y + T_y \\ z + T_z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_x(x + T_x) \\ S_y(y + T_y) \\ S_z(z + T_z) \\ 1 \end{pmatrix}$$

Traslazione + Scala

$$V' = TV = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \qquad V'' = SV' = \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix}$$

Traslazione Scala

$$V'' = \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 & S_xT_x \\ 0 & S_y & 0 & S_yT_y \\ 0 & 0 & S_z & S_zT_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} V$$

V'' = SV' V'=TV

V''=S(TV) = (ST)V

Fattorizzazione delle trasformazioni: rappresentazione della trasformazione in un'unica matrice

Scala + Traslazione

$$V''=SV' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_z \\ 0 & 1 & 0 & T_x \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} V'$$

Traslazione

$$V'=SV = \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} V$$

Scala

$$V''=(TS)V = \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 & T_x \\ 0 & S_y & 0 & T_y \\ 0 & 0 & S_z & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Fattorizzazione delle trasformazioni: rappresentazione della trasformazione in un'unica matrice.

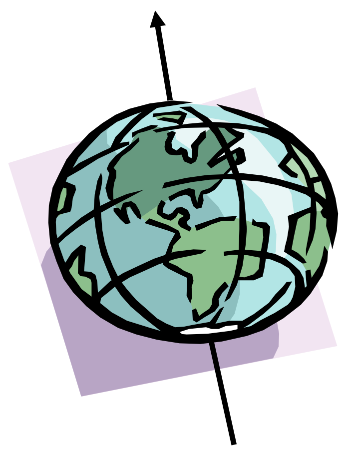
Scala + Traslazione

ST = TS solo perché S è diagonale

La rotazione

Ammette rappresentazioni diverse.

1) Quaternioni (asse + angolo)
2) Matrice di rotazione
3) Tre angoli di rotazione indipendenti



Quaternioni

Rappresentazione della rotazione mediante:
1 vettore + 1 scalare

Asse di rotazione (coseni direttori) — Angolo di rotazione

Si può dimostrare che data una rotazione attorno all'asse identificato dal versore **n**, di un angolo $-\pi <= \theta <= \pi$, questa può essere rappresentata dal quaternione: $q=(\cos \theta/2, \mathbf{n} \sin \theta/2)$

3 parametri indipendenti

Algebra with quaternions

- La rotazione di un punto p(X,Y,Z) si può ottenere mediante prodotto di Hamilton:
  - Dato q il quaternione che rappresenta la rotazione
  - Espresso un punto P come: P =[X, Y, Z}
  - Il punto p' ottenuto da p dopo l'applicazione della rotazione q si ottiene come:
    - $P' = q\,P\,q^*$ separamente per X, Y, Z

    $q = (\cos \theta/2, \mathbf{n} \sin \theta/2)$
    $q^* = (\cos \theta/2, -\mathbf{n} \sin \theta/2)$
- Più semplicemente, senza coinvolgere il prodotto di Hamilton…

Matrici di rotazione

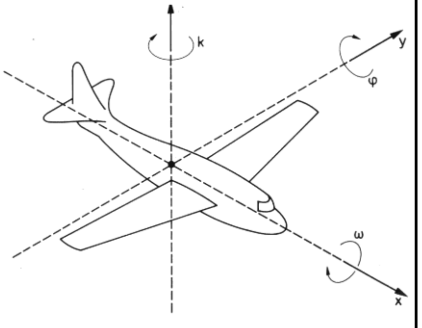
Rappresentazione della rotazione mediante una matrice **R** 3x3 (9 parametri, non indipendenti)

Le matrici di rotazione sono ortonormali

3 parametri indipendenti

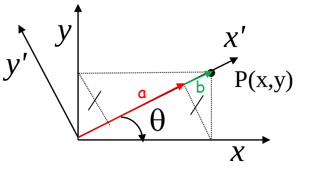
Esistono 6 relazioni (di ortonormalità) tra i parametri

Utilizziamo un approccio costruttivo alla matrice R.



La rotazione piana attorno a z (forma matriciale)

$\sin \theta = \cos (90-\theta)$



$|x'| = a + b$

$x' = x \cos(-\theta) + y \cos(90-\theta) = x \cos(\theta) + y \sin(\theta)$

$|y'| = 0$

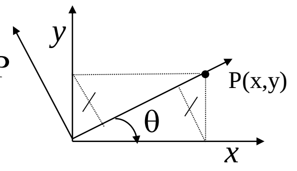
$y' = x \cos(-90-\theta) + y \cos(-\theta) = x (-\sin(\theta)) + y \cos(\theta)$

La rotazione piana attorno a z (forma matriciale)

sin θ = cos (90-θ)

$$P' = \begin{bmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta & 0 \\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

P' = RP



Matrice di rotazione

$$\sum_{i=1}^{3} m^2_{ij} = 1$$

det(M) = 1

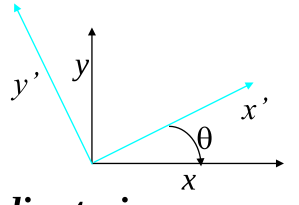
$$\sum_{i=1}^{3} m_{ij} m_{jk} = 0 \quad i \neq k$$

Matrice ortonormale (6 equazioni)

Significato geometrico della matrice di rotazione

Ruotiamo il sistema di riferimento xy in x'y' di un angolo -θ.

$$P' = \begin{bmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta & 0 \\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$



Matrice di rotazione

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} x \bullet x' & x \bullet y' & 0 \\ y \bullet x' & y \bullet y' & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

M contiene la proiezione degli assi del sistema di riferimento xy sugli assi di x'y'.

Rotazione attorno a z (coordinate omogenee)

$$V' = R_z V = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

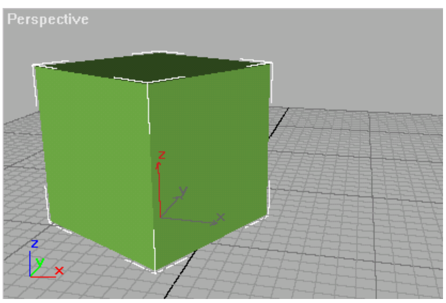
$$\begin{aligned} x' &= (x.\cos\theta + y.\sin\theta + 0 + 0) \\ y' &= (-x.\sin\theta + y.\cos\theta + 0 + 0) \\ z' &= (0 + 0 + z + 0) \\ w' &= (0 + 0 + 0 + 1) \end{aligned}$$

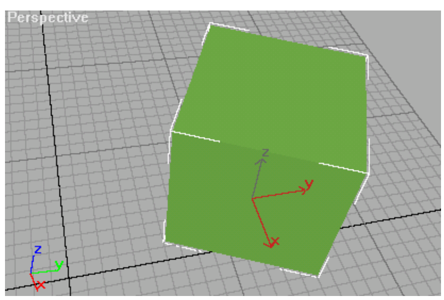
coord. omogenee

$$\begin{aligned} x^{R_z} &= x'/w' = (x.\cos\theta + y.\sin\theta)/1 \\ y^{R_z} &= y'/w' = (-x.\sin\theta + y.\cos\theta)/1 \\ z^{R_z} &= z'/w' = (z.1)/1 \end{aligned}$$

coord. cartesiane

Orientamento di un corpo rigido nello spazio



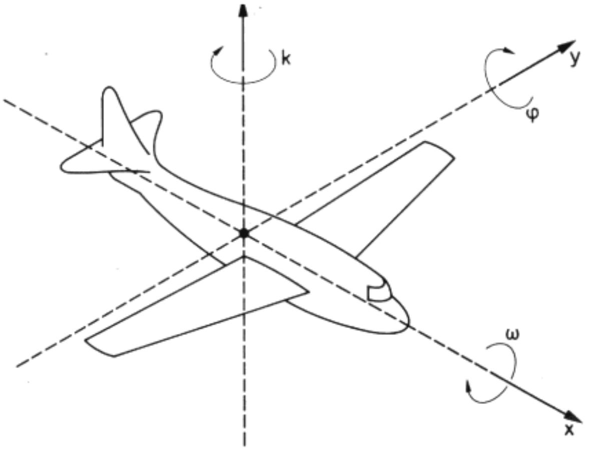


Tre rotazioni indipendenti ➔ tre parametri.

Angoli di orientamento nello spazio 3D

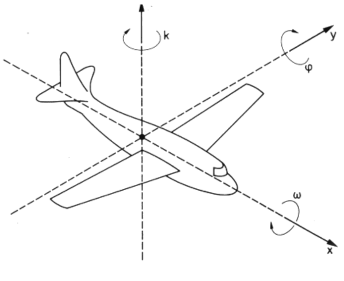
Modo generale: roll, pitch, e yaw.
(ω, ϕ, k): rollio, beccheggio e deriva.

Sono 3 rotazioni **sequenziali**, non commutative.



Rotazione attorno ad un singolo asse

Modo generale: roll, pitch, e yaw.
(ω, ϕ, k): rollio, beccheggio e deriva.



$$R_\omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & \sin\omega \\ 0 & -\sin\omega & \cos\omega \end{bmatrix}$$

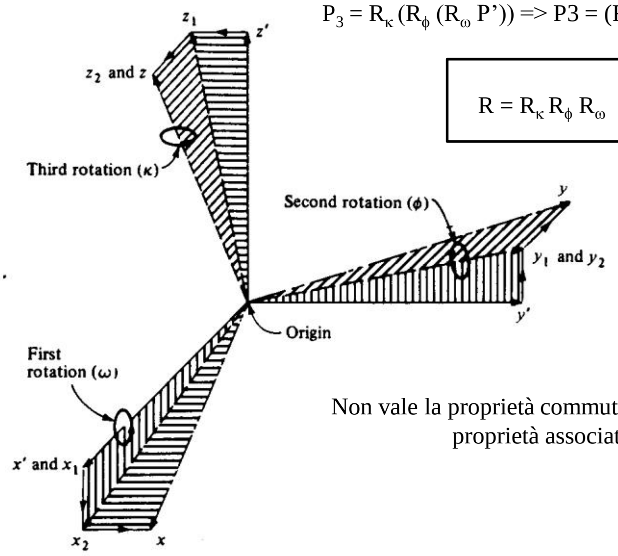
$$R_\phi = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi \end{bmatrix}$$

$$R_\kappa = \begin{bmatrix} \cos k & \sin k & 0 \\ -\sin k & \cos k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotazioni sequenziali

$P_3 = R_\kappa (R_\phi (R_\omega P'))$ => $P3 = (R_\kappa R_\phi R_\omega) P'$

$$\boxed{R = R_\kappa R_\phi R_\omega}$$

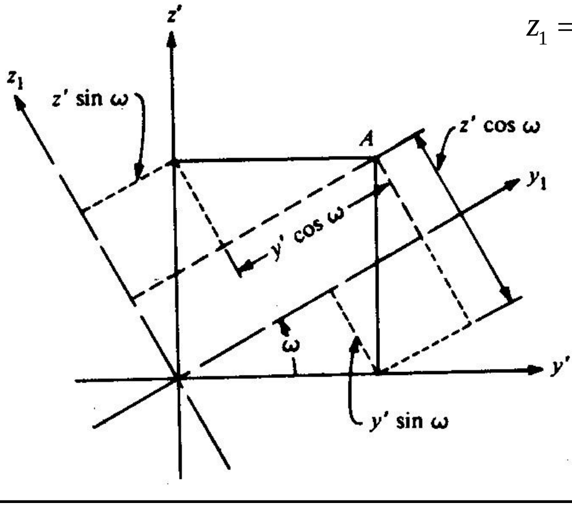


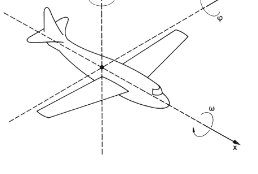
Non vale la proprietà commutativa, vale la proprietà associativa.

Ciascuna rotazione avviene su uno dei piani coordinati.

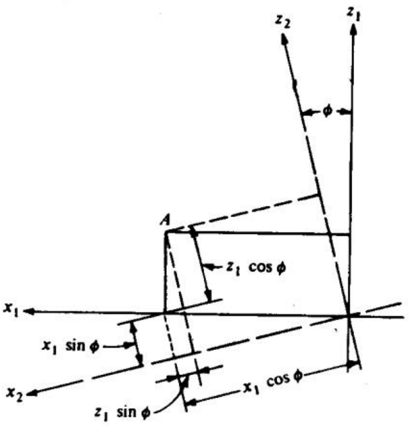
I) Rotazione attorno all'asse x (roll)

$$x_1 = x'$$
$$y_1 = y'\cos\omega + z'\sin\omega$$
$$z_1 = -y'\sin\omega + z'\cos\omega$$

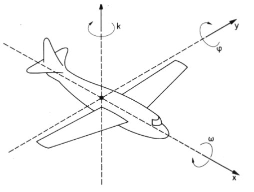




II) Rotazione attorno all'asse y (pitch)

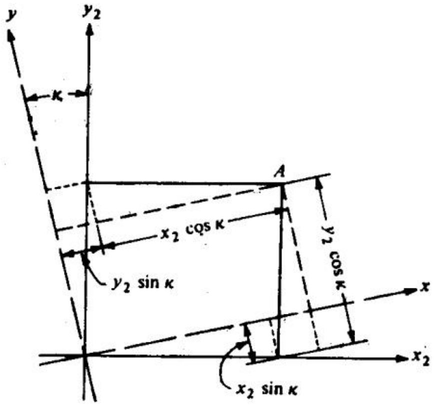


$$
\begin{aligned}
x_2 &= x_1 \cos\phi - z_1 \sin\phi \\
y_2 &= y_1 \\
z_2 &= +x_1 \sin\phi + z_1 \cos\phi
\end{aligned}
$$

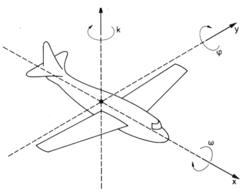


$$
\begin{aligned}
x_2 &= x' \cos\phi - (-y' \sin\omega + z' \cos\omega) \sin\phi \\
y_2 &= y' \cos\omega + z' \sin\omega \\
z_2 &= +x' \sin\phi + (-y' \sin\omega + z' \cos\omega) \cos\phi
\end{aligned}
$$

III) Rotazione attorno all'asse z (yaw)

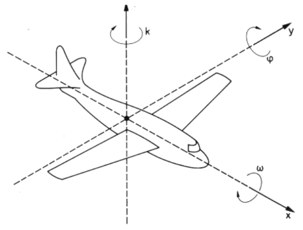


$$
\begin{aligned}
x_3 &= x_2 \cos k + y_2 \sin k \\
y_3 &= -x_2 \sin k + y_2 \cos k \\
z_3 &= z_2
\end{aligned}
$$



$$
\begin{aligned}
x_3 &= [x' \cos\phi - (-y' \sin\omega + z' \cos\omega) \sin\phi] \cos k + [y' \cos\omega + z' \sin\omega] \sin k \\
y_3 &= -[x' \cos\phi + (-y' \sin\omega + z' \cos\omega) \sin\phi] \sin k + [y' \cos\omega + z' \sin\omega] \cos k \\
z_3 &= +x' \sin\phi + (-y' \sin\omega + z' \cos\omega) \cos\phi
\end{aligned}
$$

Dalle rotazioni alla matrice di rotazione



Come è legata R alle tre rotazioni indipendenti?

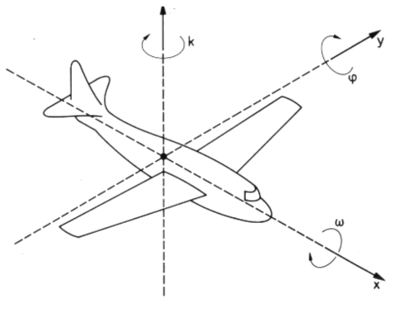
$$\boxed{R = R_\kappa R_\phi R_\omega}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\phi\cos k & \sin\omega\sin\phi\cos k + \cos\omega\sin k & -\cos\omega\sin\phi\cos k + \sin\omega\sin k \\ -\cos\phi\sin k & -\sin\omega\sin\phi\sin k + \cos\omega\cos k & \cos\omega\sin\phi\sin k + \sin\omega\cos k \\ \sin\phi & -\sin\omega\cos\phi & \cos\omega\cos\phi \end{bmatrix}$$

Si ricava eseguendo le rotazioni sequenziali. Ogni rotazione tiene fermo un asse e agisce sul piano perpendicolare.
Rotazioni "*semplici*" utilizzate dai programmi di animazione, grafica, game engine…. . Gestione matriciale *efficiente* del calcolo.

Rotazione generica (coordinate omogenee)

$$V' = RV = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & 0 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & 0 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$



Matrici di rotazione e quaternioni

Si può trasformare un quaternione in una matrice di rotazione secondo:

$$R = \begin{bmatrix} 1-2(q_j^2+q_k^2) & 2(q_iq_j - q_kq_r) & 2(q_iq_k + q_jq_r) \\ 2(q_iq_j + q_kq_r) & 1-2(q_i^2+q_k^2) & 2(q_jq_k - q_iq_r) \\ 2(q_iq_k - q_jq_r) & 2(q_jq_k + q_iq_r) & 1-2(q_i^2+q_j^2) \end{bmatrix}$$

Dove: $q = \{q_r, q_i, q_j, q_k\}$

Esempi di trasformazioni

Scala + traslazione: V’’ = S (T V) => V’’ = (S T) V

Rotazione: V’’ = R_κ (R_ϕ (R_ω V)) => V’’ = (R_κ R_ϕ R_ω)V

V’’ = RV

Traslazione + rotazione: V’’’ = T (RV) => V’’ = (T R) V

Trasformare gli oggetti

- i vertici dell'oggetto vengono trasformati (le loro coordinate modificate)
- denotiamo i vertici (punti) come vettore colonna ***V*.**
- ***R*, *D*** e ***S*** sono matrici associate a rotazione, traslazione e scala
- Il punto trasformato si ottiene **in coordinate Euclidee** come:

V'*=*V*+*D traslazione, ***D*** è un vettore di traslazione
V'*=*SV scala, ***S*** è una matrice di scala
V'*=*RV rotazione, ***R*** è una matrice di rotazione

- Il punto trasformato si ottiene **in coordinate omogenee** come:

V'*= *V* * *D traslazione, ***D*** è una matrice 4x4 che contiene il vettore di traslazione
V'*= *S* * *V scala, ***S*** è una matrice di scala 4 x 4.
V'*= *R* * *V rotazione, ***R*** è una matrice 4x4 che contiene la matrice di rotazione

La rototraslazione in forma matriciale

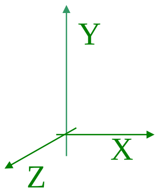
P' = (RP) + T => P' = AP

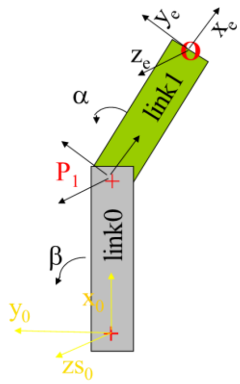
$$\begin{bmatrix} X'_P \\ Y'_P \\ Z'_P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{matrix}} & \boxed{\begin{matrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{matrix}} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \end{matrix} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \\ 1 \end{bmatrix}$$

Matrice di rotazione

Vettore di traslazione

Trasformazioni inverse





Trasformazione diretta: passo da $\{X_e,Y_e,Z_e\}$ nel sistema di riferimento end-point a $\{X_A,Y_A,Z_A\}$ nel sistema di riferimento assoluto.

Trasformazione inversa: passo da $\{X_A,Y_A,Z_A\}$ nel sistema di riferimento assoluto a $\{X_e,Y_e,Z_e\}$ nel sistema di riferimento di end-point.

Trasformazioni inverse

- La trasformazione inversa si ottiene invertendo l'ordine delle trasformazioni ed invertendo le singole matrici:

$$A = A_3A_2A_1 \Leftrightarrow A^{-1} = A_1^{-1}A_2^{-1}A_3^{-1}$$

$$V'' = AV \quad => \quad V = A^{-1}V''$$

- Denotiamo le inverse come le matrici di trasformazione: T^{-1}, S^{-1}, R^{-1}.
- La traslazione inversa si ottiene ***negando*** i coefficienti di traslazione.
- La scala inversa si ottiene prendendo il ***reciproco*** dei coefficienti.
- La rotazione inversa si ottiene ***negando*** **l'angolo di rotazione**. **Matrice trasposta**. Si può verificare invertendo il segno e l'ordine delle rotazioni:

$$R = R_\omega R_\phi R_\kappa \rightarrow R^{-1} = R^T = R_{-\kappa} R_{-\phi} R_{-\omega}$$

La rototraslazione inversa in forma matriciale

P' = RP + T => P' = AP

$$\begin{bmatrix} X'_P \\ Y'_P \\ Z'_P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & T_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & T_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \\ 1 \end{bmatrix}$$

$R^TRP = \mathbf{R^T}P' - \mathbf{R^TT} \Rightarrow P = A^{-1}P'$

Proiezione di **T** sugli assi di arrivo: $\mathbf{r_i \bullet T}$

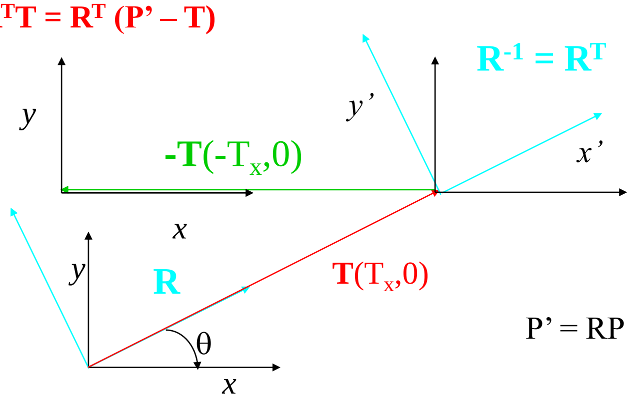
$$\begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} \end{matrix}} & \boxed{\begin{matrix} -(r_{11}T_x + r_{21}T_y + r_{31}T_z) \\ -(r_{12}T_x + r_{22}T_y + r_{32}T_z) \\ -(r_{13}T_x + r_{23}T_y + r_{33}T_z) \end{matrix}} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \end{matrix} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X'_P \\ Y'_P \\ Z'_P \\ 1 \end{bmatrix}$$

Matrice di rotazione (inversa) Vettore di traslazione (inverso)

Perchè $-R^T$ T?

Solo così applicando trasformata diretta e inversa riportano un sistema di riferimento nella posizione iniziale.

P = $\mathbf{R^T}$P' – $\mathbf{R^TT = R^T (P' – T)}$



P' = RP + T

$\mathbf{R^TT}$ è la proiezione del vettore traslazione sul sistema di riferimento ruotato.

Composizione di trasformazioni

- Si possono applicare trasformazioni in successione, moltiplicando in ordine opportuno le matrici.

$$V''=A_2A_1V = A_2(A_1V) =(A_2A_1)V = A\ V$$

  - la trasf. A_1 viene applicata per prima!

- ricordiamo che il prodotto di matrici <u>non è *commutativo*</u>: $A_2A_1 \neq A_1A_2$, mentre vale la proprietà associativa: $A_2(A_1V) =(A_2A_1)V$.

- ***L'applicazione di trasformazioni dipende dall'ordine con cui sono applicate.***
- ***Tutte le traslazioni, rotazioni e variazioni di scala, possono essere rappresentata in un'unica matrice, fattorizzazione delle single matrici di trasformazione.***

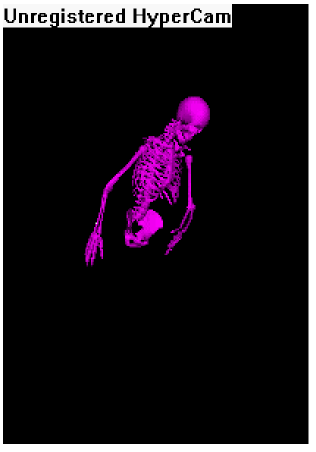
Trasformazioni rigide

- rappresentate con matrici

- più trasformazioni possono essere combinate moltiplicando tra loro le matrici che rappresentano ciascuna trasformazione loro, creando una sola trasformazione matriciale.

- una trasformazione si ottiene in generale combinando trasformazioni di diverso tipo: rotazioni, scala, scala e traslazione.

Skeleton animation through rotations



Skeleton - segments connected by hinges

We have to specify the orientation of one segments with respect to the previous one -> stack of transformations.

Sommario della lezione

- I comportamenti
- Comportamento reattivo
- Comportamento deliberativo (FSM)
- Gli scheletri
- Rappresentazione della posizione di uno scheletro