



Cinematica degli scheletri



Corso di Robotica ed Animazione Digitale
Laurea Specialistica in Informatica
Università degli Studi di Milano

Prof. Alberto Borghese

Laboratorio di Applied Intelligent Systems (Ais-Lab)

Dipartimento di Scienze dell'Informazione

borgnese@dsi.unimi.it



A.A. 2005-2006

<http://homes.dsi.unimi.it/~borgnese>



Riassunto



- **Dall'end-effector alla base.**
- Osservazioni sulle matrici di trasformazione.
- Notazione di Denavit-Hartenberg
- La cinematica diretta.
- Introduzione alla cinematica inversa.

A.A. 2005-2006

2/38

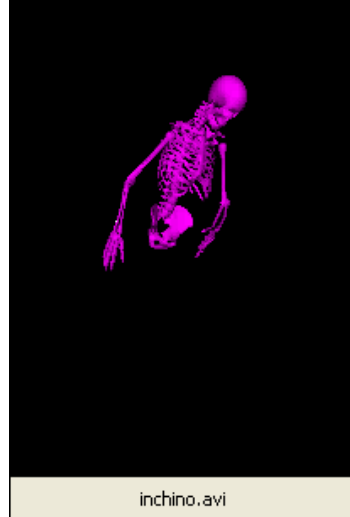
<http://homes.dsi.unimi.it/~borgnese>



Cinematica di uno scheletro



Unregistered HyperCam



inchino.avi

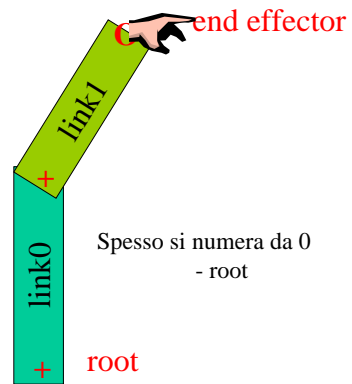
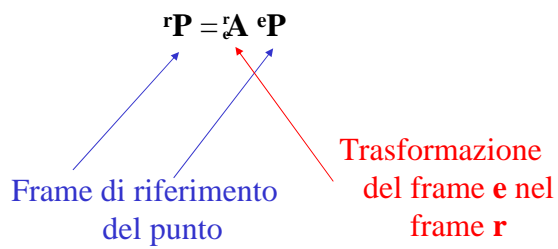
Curve di animazione associate ai gradi di libertà.



Convenzioni



$$\begin{bmatrix} {}^r X_P \\ {}^r Y_P \\ {}^r Z_P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & T_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & T_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^e X_P \\ {}^e Y_P \\ {}^e Z_P \\ 1 \end{bmatrix}$$



Posizione dei segmenti (I)

${}^e\mathbf{P} = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$
Punto espresso nel frame dell'end-effector.

Trasformiamo ${}^e\mathbf{P}$ fino ad esprimerlo nel sistema di riferimento assoluto XYZ: ${}^a\mathbf{P}$.

end effector
root

A.A. 2005-2006 5/38 <http://homes.dsi.unimi.it/~borghese>

Posizione dei segmenti (II)

${}^e\mathbf{P} = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$

${}^{P1_L1}\mathbf{P} = {}^{P1_L1}{}_e\mathbf{A} {}^e\mathbf{P} = [1, 0, 0, 1]$

${}^{P1_L1}{}_e\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

end effector
root

A.A. 2005-2006 6/38 <http://homes.dsi.unimi.it/~borghese>

Posizione dei segmenti (III)

${}^e\mathbf{P} = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$

P_1

link0

link1

α

x_0

y_0

z_e

x_e

y_e

Z

Y

X

$${}^{P1}L_0\mathbf{P} = {}^{P1}L_1\mathbf{A} \quad {}^{P1}L_1\mathbf{P} = \begin{bmatrix} l_1 \cos \alpha \\ -l_1 \sin \alpha \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

link0

link1

end effector

root

$${}^{P1}L_1\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A.A. 2005-2006 7/38 http://homes.dsi.unimi.it/~borgnese

Posizione dei segmenti (IV)

${}^e\mathbf{P} = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$

P_1

link0

link1

α

x_0

y_0

z_e

x_e

y_e

Z

Y

X

$${}^{P0}L_0\mathbf{P} = {}^{P0}L_1\mathbf{A} \quad {}^{P1}L_0\mathbf{P} = \begin{bmatrix} l_1 \cos \alpha + l_0 \\ -l_1 \sin \alpha \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

link0

link1

end effector

root

$${}^{P1}L_0\mathbf{P} = \begin{bmatrix} l_1 \cos \alpha \\ -l_1 \sin \alpha \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{P0}L_1\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A.A. 2005-2006 8/38 http://homes.dsi.unimi.it/~borgnese

Posizione dei segmenti (V)

${}^e\mathbf{P} = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$

$${}^{P_0_ABS}\mathbf{P} = {}^{P_0_ABS}_{P_0_IO}\mathbf{A} \ {}^{P_0_LO}\mathbf{P} = \begin{bmatrix} (l_1 \cos \alpha + l_0) \cos \beta - l_1 \sin \alpha \sin \beta \\ -(l_1 \cos \alpha + l_0) \sin \beta - l_1 \sin \alpha \cos \beta \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} l_1 \cos(\alpha + \beta) + l_0 \cos \beta \\ -l_1 \sin(\alpha + \beta) - l_0 \sin \beta \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{P_0_ABS}_{P_0_IO}\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \sin(\beta) & 0 & 0 \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{P_0_LO}\mathbf{P} = \begin{bmatrix} l_1 \cos \alpha + l_0 \\ -l_1 \sin \alpha \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

end effector

root

A.A. 2005-2006 9/38 http://homes.dsi.unimi.it/~borghese

Posizione dei segmenti (VI)

${}^e\mathbf{P} = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$

$${}^{ABS_ABS}\mathbf{P} = {}^{ABS_ABS}_{P_0_ABS}\mathbf{A} \ {}^{P_0_ABS}\mathbf{P} = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\alpha + \beta) + l_0 \cos \beta + T_x \\ -l_1 \sin(\alpha + \beta) - l_0 \sin \beta + T_y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{ABS_ABS}_{P_0_ABS}\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{P_0_ABS}\mathbf{P} = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\alpha + \beta) + l_0 \cos \beta \\ -l_1 \sin(\alpha + \beta) - l_0 \sin \beta \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

end effector

root

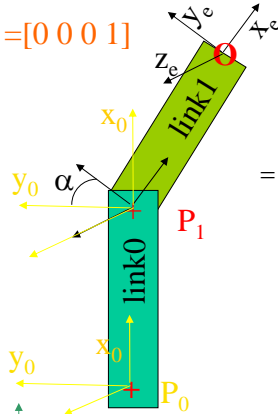
A.A. 2005-2006 10/38 http://homes.dsi.unimi.it/~borghese



Posizione dei segmenti: fattorizzazione



$${}^e\mathbf{P} = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$$



$${}^{ABS_ABS}\mathbf{P} = {}^{ABS_ABS}\mathbf{A} {}^e\mathbf{P} =$$

$$= \begin{bmatrix} l_1 \cos(\alpha + \beta) + l_0 \cos \beta + T_x \\ -l_1 \sin(\alpha + \beta) - l_0 \sin \beta + T_y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

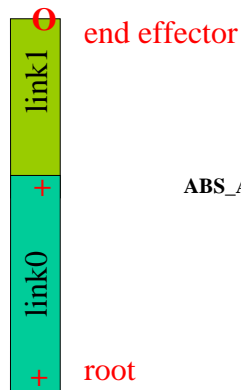
$${}^{ABS_ABS}\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha + \beta) & \sin(\alpha + \beta) & 0 & l_1 \cos(\alpha + \beta) + l_0 \cos \beta + T_x \\ -\sin(\alpha + \beta) & \cos(\alpha + \beta) & 0 & -l_1 \sin(\alpha + \beta) - l_0 \sin \beta + T_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A.A. 2005-2006

these



Esempio di calcolo della posizione



$$\alpha = \beta = 0$$

$${}^{ABS_ABS}\mathbf{P} = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\alpha + \beta) + l_0 \cos \beta + T_x \\ -l_1 \sin(\alpha + \beta) - l_0 \sin \beta + T_y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 + l_0 + T_x \\ T_y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

A.A. 2005-2006

12/38

<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese>



Riassunto



- Dall'end-effector alla base.
- **Osservazioni sulle matrici di trasformazione.**
- Notazione di Denavit-Hartenberg
- La cinematica diretta.
- Introduzione alla cinematica inversa.



Dall'end-effector alla base



- Il movimento dell'end effector viene espresso in funzione della **geometria** (lunghezze dei segmenti) e dei **parametri liberi** (rotazione dei vari segmenti e posizione della radice).
- Le rotazioni vengono definite in un **sistema di riferimento locale**.
- Per ottenere la trasformazione delle coordinate dell'end-effector da sistema locale a sistema globale occorre....

$${}^{ABS_ABS}P = [\begin{matrix} {}^{ABS_ABS}A & P0_ABS \\ P0_ABS A & P0_10 \\ P0_10 A & P1_10 \\ P1_10 A & P1_11 \\ P1_11 A & e \end{matrix}] e P$$

fattorizzare le matrici di trasformazione.

$${}^{ABS_ABS}e A = \begin{matrix} {}^{ABS_ABS}A & P0_ABS \\ P0_ABS A & P0_10 \\ P0_10 A & P1_10 \\ P1_10 A & P1_11 \\ P1_11 A & e \end{matrix}$$



Osservazioni sulle matrici di trasformazione, A



Il numero di matrici di trasformazione concatenate cresce spostandosi dall'end-effector alla base.

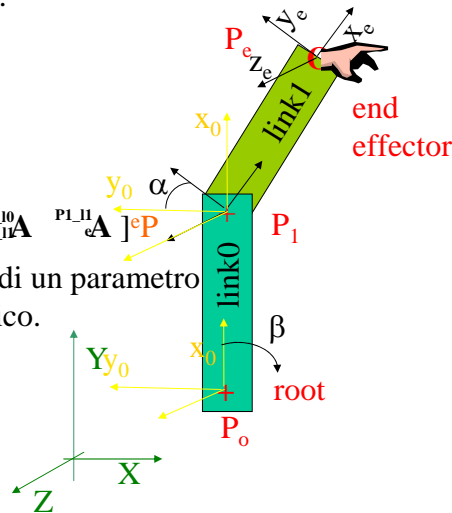
A è funzione di:

- Geometria
- Parametri liberi

$${}^{ABS_ABS}P = [{}^{ABS_ABS}_{P0_ABS}A \quad {}^{P0_ABS}_{P0_10}A \quad {}^{P0_10}_{P1_10}A \quad {}^{P1_10}_{P1_11}A \quad {}^{P1_11}_eA] eP$$

Ciascuna trasformazione è funzione o di un parametro geometrico o di un parametro cinematico.

$${}^{ABS_ABS}P = [{}^{ABS_ABS}_{P0_ABS}A(T) \quad {}^{P0_ABS}_{P0_10}A(\beta) \quad {}^{P0_10}_{P1_10}A(l_0) \quad {}^{P1_10}_{P1_11}A(\alpha) \quad {}^{P1_11}_eA(l_1)] eP$$



Quante matrici di trasformazione?



- Ad ogni grado di libertà è associata una trasformazione.
- Ad ogni link sarà associata una trasformazione.
- Ci saranno tante matrici quanti sono i gradi di libertà + link.
- Notazione molto generale (approccio costruttivo).
- Notazione prolissa.



Riassunto



- Dall'end-effector alla base.
- Osservazioni sulle matrici di trasformazione.
- **Notazione di Denavit-Hartenberg**
- La cinematica diretta.
- Introduzione alla cinematica inversa.

A.A. 2005-2006

17/38

<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese>

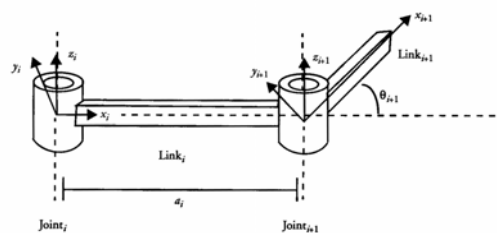


Descrizione di un link rotatorio



Ipotesi:

- Cerniere con 1 dof.
- L'asse z è orientato come l'asse di rotazione.
- L'asse x è orientato da P_i a P_{i+1} .



Denavit-Hartenberg notation

NB: 1 grado di libertà per joint.

$${}^i_{i+1}A = \begin{bmatrix} \cos(\mathcal{G}_{i+1}) & \sin(\mathcal{G}_{i+1}) & 0 & l_i \\ -\sin(\mathcal{G}_{i+1}) & \cos(\mathcal{G}_{i+1}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A.A. 2005-2006

18/38

<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese>



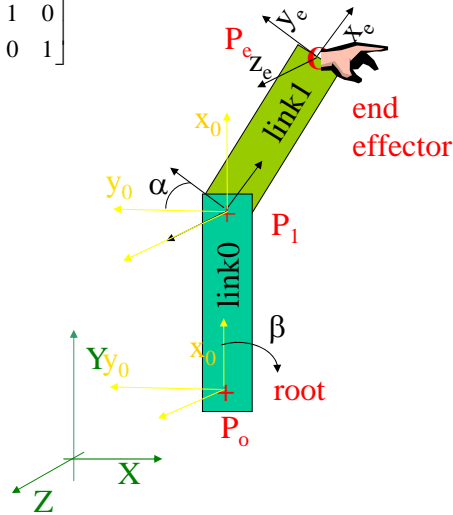
DH notation applicata al nostro esempio



$${}^i A_{i+1} = \begin{bmatrix} \cos(\vartheta_{i+1}) & \sin(\vartheta_{i+1}) & 0 & l_i \\ -\sin(\vartheta_{i+1}) & \cos(\vartheta_{i+1}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{P1_{10}} A_e = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 & l_1 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{P0_{ABS}} A_{P1_{10}} = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \sin(\beta) & 0 & l_0 \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



A.A. 2005-2006

19/38

<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese>



DH notation applicata al nostro esempio (II)



$${}^i A_{i+1} = \begin{bmatrix} \cos(\vartheta_{i+1}) & \sin(\vartheta_{i+1}) & 0 & l_i \\ -\sin(\vartheta_{i+1}) & \cos(\vartheta_{i+1}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

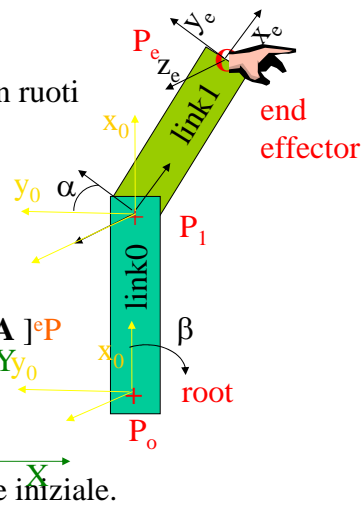
Si suppone che la base del braccio trasli e non ruoti rispetto all'ambiente esterno.

$$A_{P0_{ABS}}^{ABS_{ABS}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 0 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 0 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{ABS_{ABS}} P = [{}^{ABS_{ABS}} P_{P0_{ABS}} \quad {}^{P0_{ABS}} P_{P1_{10}} \quad {}^{P0_{10}} P_{P1_{11}} \quad {}^{P1_{10}} P_{P1_{11}} \quad {}^{P1_{11}} P_e]^e P$$

$${}^{ABS_{ABS}} P = ({}^{P0_{ABS}} A_{P1_{10}}^{P0_{ABS}} A_{P1_{10}}^{P1_{10}} A_{P1_{10}}^{P1_{10}}) P_e$$

Verificare che risulta la trasformazione iniziale.



A.A. 2005-2006

20/38

<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese>



Descrizione di un joint 3D - I

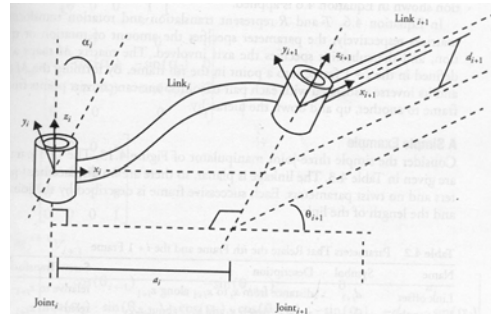


Vengono identificati gli assi passanti per due joint adiacenti, i ed $i+1$.

a_i – lunghezza del segmento a minima distanza (*link length*).

Simile al caso piano.

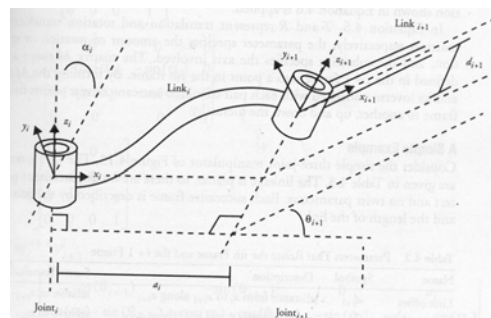
L'angolo θ_i viene calcolato in modo che l'asse x_i e x_{i+1} appartengano allo stesso piano (*joint rotation*).



Descrizione di un joint 3D - II



d_i – distanza lungo l'asse z_{i+1} dell'origine di z_i rispetto all'origine di z_{i+1} (*link offset*).



α_i – angolo tra i 2 assi (z_i e z_{i+1}) misurato sul piano perpendicolare al vettore minima distanza. Angolo misurato tra a_i ed a_{i+1} (*link twist*).



Osservazioni



I 4 parametri, θ , a , α , d , sono riferiti ad i 2 segmenti adiacenti il segmento i .

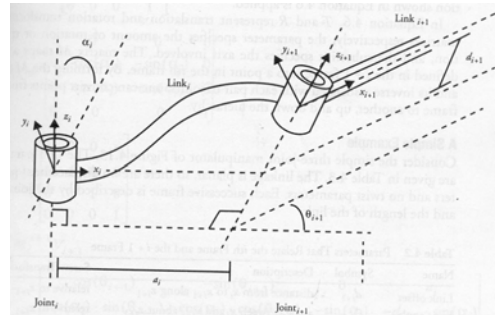
DH Parameters for i

Link length (a_i): distanza di z_i da z_{i+1} lungo l'asse x_i .

Joint angle (θ_i): angolo tra x_{i-1} e x_i attorno all'asse z_i .

Link offset (d_i): distanza di x_{i-1} da x_i rispetto a z_i .

Link twist (α_i): angolo tra z_i e z_{i+1} rispetto ad x_i .



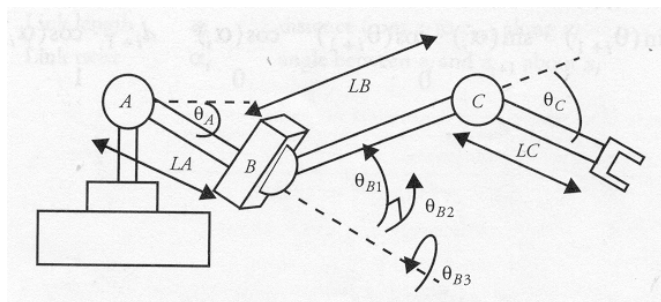
2 roto-traslazioni:

A) θ_i e d_i riguardano il link $i+1$ rispetto al link i e sono calcolati rispetto all'asse z_i .

B) a_i e α_i riguardano il link $i+1$ rispetto al link i e sono calcolati rispetto all'asse x_i .



Descrizione di cerniere 3D



Composizione di rotazioni semplici e traslazioni.



Riassunto



- Dall'end-effector alla base.
- Osservazioni sulle matrici di trasformazione.
- Notazione di Denavit-Hartenberg
- **La cinematica diretta.**
- Introduzione alla cinematica inversa.

A.A. 2005-2006

25/38

<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese>

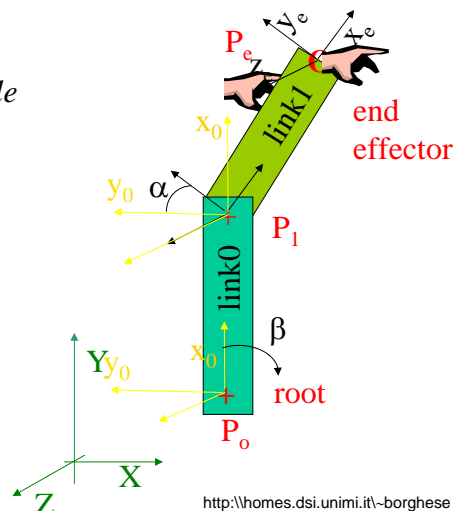


La cinematica diretta



Data una sequenza temporale di angoli, è univocamente determinato lo spostamento di ciascun punto dello scheletro.

La procedura di calcolo è *sequenziale* secondo la gerarchia dei joint, dalla base all'end-effector.



A.A. 2005-2006

26/38

<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese>



Come animare uno scheletro

Data la sequenza di angoli (**relativi**) è possibile determinare istante per istante la posizione del braccio robotico.

Basta applicare le matrici di trasformazione a partire dalla radice con i parametri aggiornati. Concatenazione di trasformazioni (stack).

La notazione robotica di Denavit-Hartenberg è concisa e perciò particolarmente apprezzabile.

Perché non si utilizzano gli angoli di rotazione assoluti? Si potrebbero utilizzare?

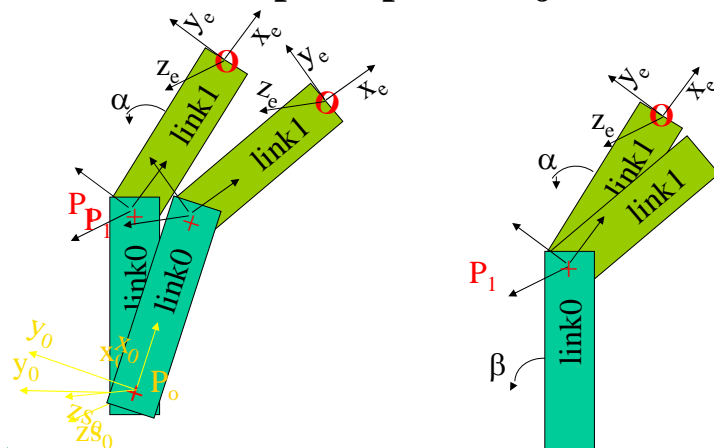
A.A. 2005-2006

27/38

<http://homes.dsi.unimi.it/~borgnese>



Joint space (peso dei joint)



Rotazione attorno a P_0 (angolo β)

Rotazione attorno a P_1 (angolo α)

La posizione dell'end effector è diversa a parità di rotazione.

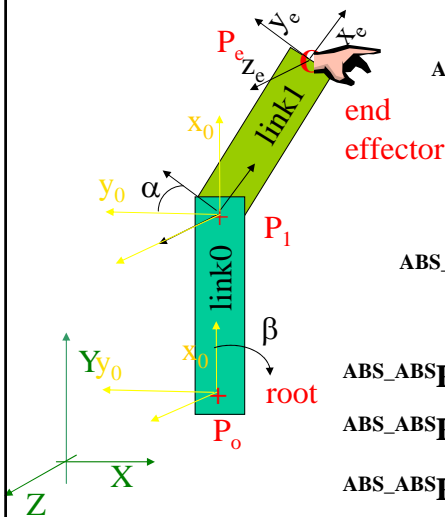
A.A. 2005-2006

28/38

<http://homes.dsi.unimi.it/~borgnese>



Descrizione cinematica diretta (forma matriciale)



$${}^{ABS_ABS}P = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\alpha + \beta) + l_0 \cos \beta + T_x \\ -l_1 \sin(\alpha + \beta) - l_0 \sin \beta + T_y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{ABS_ABS}P(t) = {}^{ABS_ABS}A(t) \cdot eP$$

$${}^{ABS_ABS}P_x(t) = f_x(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1)$$

$${}^{ABS_ABS}P_y(t) = f_y(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1)$$

$${}^{ABS_ABS}P_z(t) = f_z(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1)$$

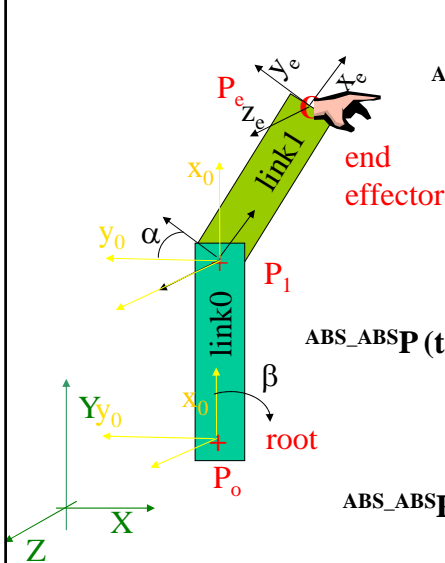
A.A. 2005-2006

29/38

<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese>



Descrizione cinematica diretta



$${}^{ABS_ABS}P = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\alpha + \beta) + l_0 \cos \beta + T_x \\ -l_1 \sin(\alpha + \beta) - l_0 \sin \beta + T_y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{ABS_ABS}P(t) = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\alpha(t) + \beta(t)) + l_0 \cos \beta(t) + T_x(t) \\ -l_1 \sin(\alpha(t) + \beta(t)) - l_0 \sin \beta(t) + T_y(t) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{ABS_ABS}P(t) = f(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1)$$

Sequenza temporale di $[\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t)] \rightarrow$ sequenza temporale di ${}^{ABS_ABS}P(t)$.

ghese



Riassunto



- Dall'end-effector alla base.
- Osservazioni sulle matrici di trasformazione.
- Notazione di Denavit-Hartenberg
- La cinematica diretta.
- **Introduzione alla cinematica inversa.**

A.A. 2005-2006

31/38

<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese>



Generazione del movimento

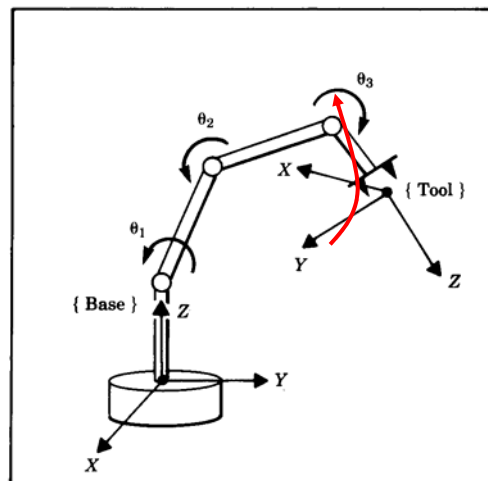


Generazione della traiettoria dell'end-effector o dei joint.

Definizione di un punto di arrivo e di punti di passaggio dell'end effector (via-points).

Definizione di pochi punti ed interpolazione (spline).

Movimento mediante variazione degli angoli articolari.



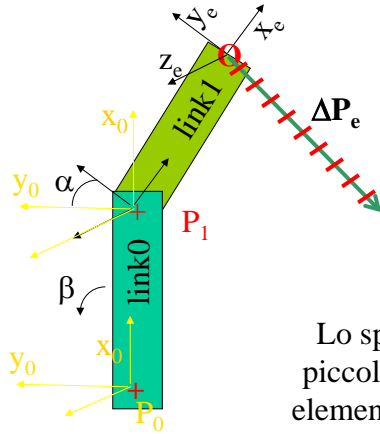
A.A. 2005-2006

32/38

<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese>



Cinematica inversa



Lo spostamento viene suddiviso in tanti piccoli spostamenti, per ogni spostamento elementare si calcola la variazione angolare richiesta per tutti i joint.

A.A. 2005-2006

33/38

<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese>

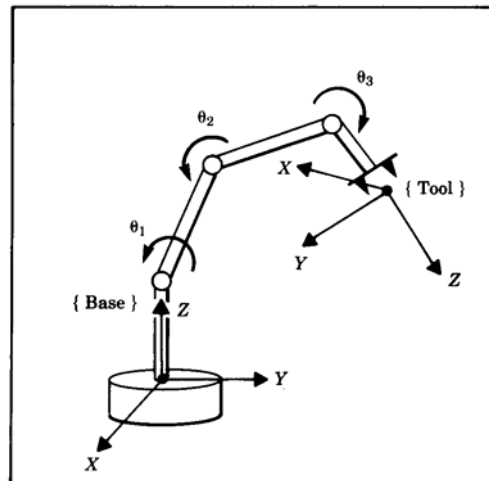


Cinematica diretta e inversa



Conosco il valore dei joint (angolo o offset) → posizione ed orientamento dell'end-point.

Conosco la posizione e l'orientamento dell'end-point → devo determinare il valore dei joint.



La cinematica viene descritta come sequenza di posizioni.

A.A. 2005-2006

34/38

<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese>



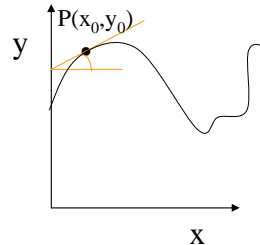
Linearizzazione – 1 variabile



$$y_0 = f(x_0)$$

$$dy = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0} dx + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{x=x_0} dx^2 + \dots$$

$$y - y_0 = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0} \Delta x$$



Sviluppo di Taylor arrestato al primo ordine = linearizzazione

- Lo sviluppo di Taylor vale nell'intorno di $P(x_0, y_0)$.
- Si ottiene un'approssimazione a meno di infinitesimi del secondo ordine.

Cosa succede per funzioni di più variabili ($\mathbf{P}(t) = f(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1)$)?

A.A. 2005-2006

35/38

<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese>



La funzione posizione



Consideriamo la trasformazione joint \rightarrow end_point.

E' rappresentata da M (gradi di libert  di end-point) funzioni in N incognite (i parametri liberi).

$$\mathbf{P}(t) = f(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1).$$

$$P_x(t) = f_x(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1).$$

$$P_y(t) = f_y(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1).$$

$$P_z(t) = f_z(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1).$$

$$\mathbf{ABS_ABSP}_e(t) = \mathbf{A}(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1) [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$$

$$\mathbf{ABS_ABS}_e \mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha + \beta) & \sin(\alpha(t) + \beta(t)) & 0 & l_1 \cos(\alpha(t) + \beta(t)) + l_0 \cos \beta(t) + T_x(t) \\ -\sin(\alpha + \beta) & \cos(\alpha(t) + \beta(t)) & 0 & -l_1 \sin(\alpha(t) + \beta(t)) - l_0 \sin \beta(t) + T_y(t) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A.A. 2005-2006

36/38

<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese>



Sviluppo in serie di Taylor di funzioni di più variabili



$$z = f(x,y)$$

$$z - z_o = \underbrace{\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{P=P_0} dx + \frac{\partial z}{\partial y} \Big|_{P=P_0} dy}_{\text{Parte lineare}} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big|_{P=P_0} dx^2 + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big|_{P=P_0} dx dy + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big|_{P=P_0} dy^2 \right\} + \dots$$

Parte lineare

A.A. 2005-2006

37/38

<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese>



Riassunto



- Dall'end-effector alla base.
- Osservazioni sulle matrici di trasformazione.
- Notazione di Denavit-Hartenberg
- La cinematica diretta.
- Introduzione alla cinematica inversa.

A.A. 2005-2006

38/38

<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese>