



La cinematica Inversa

Prof. Alberto Borghese



Riassunto

- La cinematica inversa.
- Il Jacobiano.
- Cinematica inversa attraverso il Jacobiano.
- Retargetting.



La cinematica inversa



Dalla posizione (e orientamento) di end-point agli angoli.



Soluzione diretta
Soluzione linearizzata

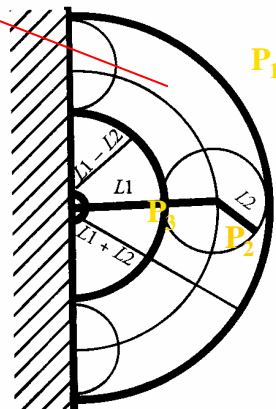
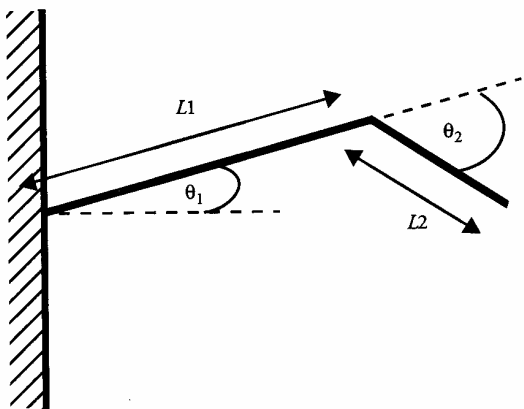
Problema sotto-determinato (over-constrained).
Comportamento stereotipato. Perché?



Soluzione diretta



Working space

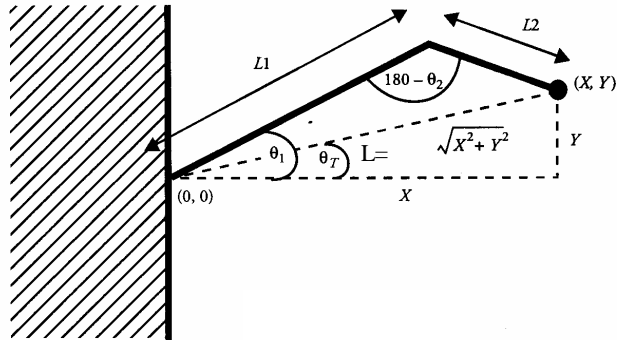


Spazio di lavoro: $L_1 - L_2 \leq \sqrt{X^2 + Y^2} \leq L_1 + L_2$

P_1 - nessuna soluzione.
 P_2 - due soluzione.
 P_3 - una soluzione.



Soluzione diretta (calcolo)

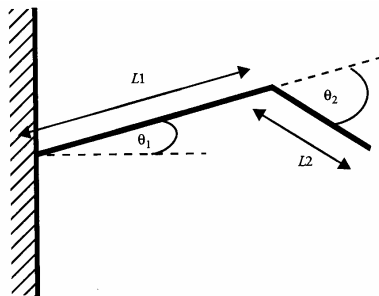


E' un problema di trigonometria:

- Calcolo $L = \sqrt{X^2 + Y^2}$
- Teorema di Carnot per calcolare $\cos\theta_2$: $\cos(\theta_2) = (L_1^2 + L_2^2 - L^2)/(2L_1L_2)$
- Calcolo di $\cos\theta_T$: $\cos(\theta_T) = X/\sqrt{X^2 + Y^2}$
- Teorema di Carnot per calcolare $\cos(\theta_1 - \theta_T)$: $\cos(\theta_1 - \theta_T) = (L_1^2 + L^2 - L_2^2)/(2L_1L)$

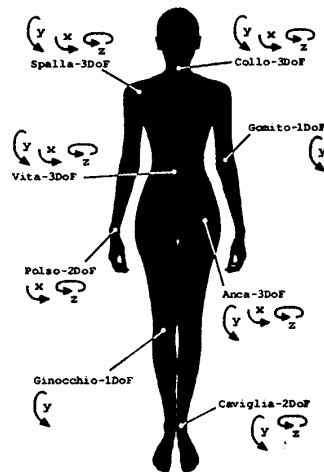


Cerniere 3D



∞^1 soluzioni

NB: gli umani ne scelgono una sola.



Calcolo la cinematica inversa come sequenza di posizioni.



Caratteristiche della cinematica inversa



- Soluzione di equazioni non-lineari.
- Workspace (spazio nel quale si può posizionare l'end-effector).
- Dexterous workspace. Spazio nel quale si può posizionare l'end-effector con un qualsiasi orientamento.
- C.N. Per potere raggiungere una certa posizione ed orientamento nello spazio di lavoro, è che il numero di gradi di libertà dei segmenti del braccio robotico sia uguale al numero di gradi di libertà dell'end-point.
- Soluzione geometrica od analitica complessa da determinare.



Riassunto



- La cinematica inversa.
- **Il Jacobiano.**
- Cinematica inversa attraverso il Jacobiano.
- Retargetting.



Soluzione differenziale



Consideriamo la trasformazione joint \rightarrow end_point.

$$\mathbf{P}(t) = f(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1).$$

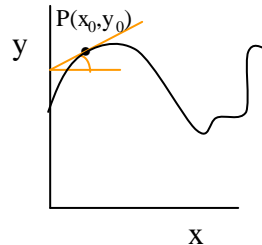
E' una forma complessa a cui non si possono applicare trasformazioni lineari. Cosa si può fare?

Linearizzare!

$$y_0 = f(x_0)$$

$$dy = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0} dx + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{x=x_0} dx^2 + \dots$$

$$y - y_0 = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0} \Delta x$$



Sviluppo di Taylor arrestato al primo ordine = linearizzazione



Linearizzazione della funzione posizione



Consideriamo la trasformazione joint \rightarrow end_point.

$$\mathbf{P}(t) = f(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1).$$

$$P_x(t) = f_x(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1).$$

$$P_y(t) = f_y(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1).$$

$$P_z(t) = f_z(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1).$$

$${}^{ABS_ABS} \mathbf{P}_e(t) = A(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1) [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$$

$${}^{ABS_ABS} \mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\mathbf{a}(t) + \mathbf{b}(t)) + l_0 \cos \mathbf{b}(t) + T_x(t) \\ -l_1 \sin(\mathbf{a}(t) + \mathbf{b}(t)) - l_0 \sin \mathbf{b}(t) + T_y(t) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$



Il Jacobiano



Consideriamo la trasformazione joint \rightarrow end_point.

$$\mathbf{P}(\mathbf{t}) = f(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1).$$

$$P_x(t) = f_x(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1).$$

$$P_y(t) = f_y(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1).$$

$$P_z(t) = f_z(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t) | l_0, l_1).$$

J

Consideriamo $\mathbf{Z}_k = [\alpha_k, \beta_k, T_{xk}, T_{yk}]$ il valore dei parametri liberi all'istante t_k .

$$\begin{matrix} P_x - P_{x_k} \\ P_y - P_{y_k} \\ P_z - P_{z_k} \end{matrix} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_x(\cdot)}{\partial \mathbf{a}} \right|_{\mathbf{z}_k} & \left. \frac{\partial f_x(\cdot)}{\partial \mathbf{b}} \right|_{\mathbf{z}_k} & \left. \frac{\partial f_x(\cdot)}{\partial T_x} \right|_{\mathbf{z}_k} & \left. \frac{\partial f_x(\cdot)}{\partial T_y} \right|_{\mathbf{z}_k} & \dots \\ \left. \frac{\partial f_y(\cdot)}{\partial \mathbf{a}} \right|_{\mathbf{z}_k} & \left. \frac{\partial f_y(\cdot)}{\partial \mathbf{b}} \right|_{\mathbf{z}_k} & \left. \frac{\partial f_y(\cdot)}{\partial T_x} \right|_{\mathbf{z}_k} & \left. \frac{\partial f_y(\cdot)}{\partial T_y} \right|_{\mathbf{z}_k} & \dots \\ \left. \frac{\partial f_z(\cdot)}{\partial \mathbf{a}} \right|_{\mathbf{z}_k} & \left. \frac{\partial f_z(\cdot)}{\partial \mathbf{b}} \right|_{\mathbf{z}_k} & \left. \frac{\partial f_z(\cdot)}{\partial T_x} \right|_{\mathbf{z}_k} & \left. \frac{\partial f_z(\cdot)}{\partial T_y} \right|_{\mathbf{z}_k} & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a} - \mathbf{a}_k \\ \mathbf{b} - \mathbf{b}_k \\ \mathbf{g} - T_{xk} \\ \mathbf{d} - T_{yk} \\ \dots \end{bmatrix}$$



Come vengono trattate le velocità



Elemento chiave è il Jacobiano, **J**.

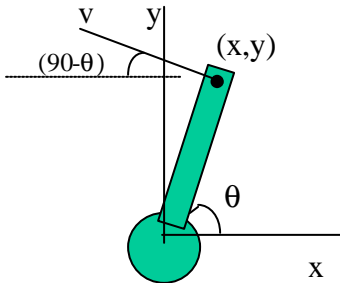
$$\mathbf{V} = \mathbf{J} \dot{\mathbf{T}}$$

Cinematica dell'
End-effector

Cinematica dei
Joint



Esempio di determinazione del Jacobiano



$$x = r \cos(\theta)$$

$$y = r \sin(\theta)$$

$$\dot{\mathbf{J}} \Rightarrow \mathbf{v}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial J} \\ \frac{\partial y}{\partial J} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r \sin J \\ r \cos J \end{bmatrix} \dot{J}$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{w} \mathbf{r} \quad \text{Sono due espressioni identiche} \quad \mathbf{V} = \mathbf{J} \dot{\mathbf{T}}$$

$$\mathbf{V}_{2 \times 1} \quad \mathbf{J}_{2 \times 1} \quad \dot{\mathbf{T}}_{1 \times 1}$$



Osservazioni sul Jacobiano



$$\begin{matrix} P_x - P_{x_k} \\ P_y - P_{y_k} \\ P_z - P_{z_k} \end{matrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_x(\cdot)}{\partial \mathbf{a}} \Big|_{z_k} & \frac{\partial f_x(\cdot)}{\partial \mathbf{b}} \Big|_{z_k} & \frac{\partial f_x(\cdot)}{\partial T_x} \Big|_{z_k} & \frac{\partial f_x(\cdot)}{\partial T_y} \Big|_{z_k} & \dots \\ \frac{\partial f_y(\cdot)}{\partial \mathbf{a}} \Big|_{z_k} & \frac{\partial f_y(\cdot)}{\partial \mathbf{b}} \Big|_{z_k} & \frac{\partial f_y(\cdot)}{\partial T_x} \Big|_{z_k} & \frac{\partial f_y(\cdot)}{\partial T_y} \Big|_{z_k} & \dots \\ \frac{\partial f_z(\cdot)}{\partial \mathbf{a}} \Big|_{z_k} & \frac{\partial f_z(\cdot)}{\partial \mathbf{b}} \Big|_{z_k} & \frac{\partial f_z(\cdot)}{\partial T_x} \Big|_{z_k} & \frac{\partial f_z(\cdot)}{\partial T_y} \Big|_{z_k} & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a} - \mathbf{a}_k \\ \mathbf{b} - \mathbf{b}_k \\ T_x - T_{xk} \\ T_y - T_{yk} \\ \dots \end{bmatrix}$$

$$\Delta \mathbf{P}_e(\mathbf{t}) = \mathbf{J}(\mathbf{Z}(\mathbf{t}), \mathbf{L}) \Delta \mathbf{Z}(\mathbf{t})$$

Consideriamo $\mathbf{Z}(\mathbf{t}) = [A(\alpha(\mathbf{t}), \beta(\mathbf{t}), T_x(\mathbf{t}), T_y(\mathbf{t}))]$ il valore dei parametri liberi.

E' un'equazione (matriciale) lineare $\Delta \mathbf{Z}(\mathbf{t}) \rightarrow \Delta \mathbf{P}_e(\mathbf{t})$

Siamo ancora nel dominio della cinematica diretta.



Jacobiano e velocità



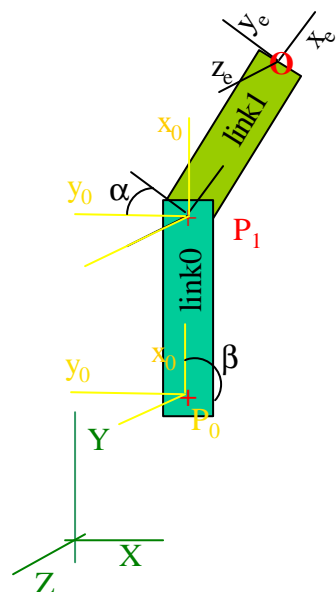
$$dP_e(t) = J(Z(t), L) dZ(t) \rightarrow dP_e(t) / dt = J(Z(t), L) dZ(t) / dt$$

Consideriamo $Z(t) = [A(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t))]$ il valore dei parametri liberi.

$$V_{P_e}(t) = J(Z(t), L) V_Z(t)$$

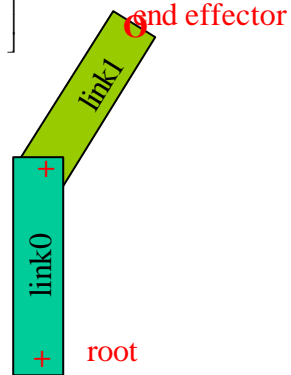


Cinematica diretta



$${}^{P0_ABS}P = {}^{ABS_ABS}_e A {}^{P0_L0}P =$$

$$\begin{bmatrix} (l_1 \cos a + l_0) \cos b - l_1 \sin a \sin b + T_x \\ -(l_1 \cos a + l_0) \sin b - l_1 \sin a \cos b + T_y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$





Il Jacobiano dell'esempio



$${}^{ABS_ABS}_e \mathbf{P} = \begin{bmatrix} (l_1 \cos \mathbf{a} + l_0) \cos \mathbf{b} - l_1 \sin \mathbf{a} \sin \mathbf{b} + T_x \\ -(l_1 \cos \mathbf{a} + l_0) \sin \mathbf{b} - l_1 \sin \mathbf{a} \cos \mathbf{b} + T_y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{Z}, \mathbf{L}) = \begin{bmatrix} -l_1 \sin \mathbf{a} \cos \mathbf{b} - l_1 \cos \mathbf{a} \sin \mathbf{b} & -l_1 \cos \mathbf{a} \sin \mathbf{b} - l_1 \sin \mathbf{a} \cos \mathbf{b} - l_0 \sin \mathbf{b} & 1 & 0 \\ +l_1 \sin \mathbf{a} \sin \mathbf{b} - l_1 \cos \mathbf{a} \cos \mathbf{b} & -l_1 \cos \mathbf{a} \cos \mathbf{b} + l_1 \sin \mathbf{a} \sin \mathbf{b} - l_0 \cos \mathbf{b} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -l_1 \sin(\mathbf{a} + \mathbf{b}) & -l_1 \sin(\mathbf{a} + \mathbf{b}) - l_0 \sin \mathbf{b} & 1 & 0 \\ -l_1 \cos(\mathbf{a} + \mathbf{b}) & -l_1 \cos(\mathbf{a} + \mathbf{b}) - l_0 \cos \mathbf{b} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Significato geometrico del Jacobiano



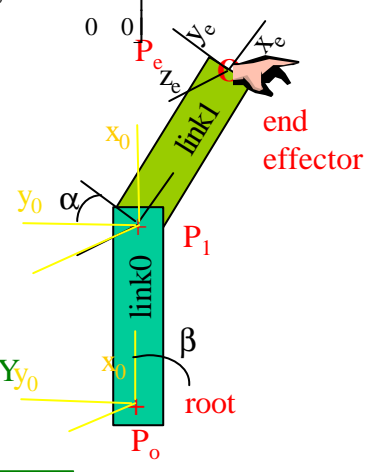
$$\mathbf{J}(\mathbf{Z}, \mathbf{L}) = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(\mathbf{a} + \mathbf{b}) & -l_1 \sin(\mathbf{a} + \mathbf{b}) - l_0 \sin \mathbf{b} & 1 & 0 \\ -l_1 \cos(\mathbf{a} + \mathbf{b}) & -l_1 \cos(\mathbf{a} + \mathbf{b}) - l_0 \cos \mathbf{b} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\alpha = \beta = 0$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{Z}, \mathbf{L}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -l_1 & -l_1 - l_0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V}_{P_e}(t) = \mathbf{J}(\mathbf{Z}(t), \mathbf{L}) \mathbf{V}_{\mathbf{Z}}(t)$$

$$\alpha = \beta = 0 \quad \begin{bmatrix} P_x - P_{x_k} \\ P_y - P_{y_k} \\ P_z - P_{z_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -l_0 & -l_0 - l_1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a} - 0 \\ \mathbf{b} - 0 \\ T_x - T_{xk} \\ T_y - T_{yk} \end{bmatrix}$$





Riassunto



- La cinematica inversa.
- Il Jacobiano.
- **Cinematica inversa attraverso il Jacobiano.**
- Retargetting.



Cinematica inversa attraverso il Jacobiano



$$d\mathbf{P}_e = \mathbf{J}(\mathbf{Z}, \mathbf{L}) d\mathbf{Z} \rightarrow d\mathbf{P}_e / dt = \mathbf{J}(\mathbf{Z}(t), \mathbf{L}) d\mathbf{Z} / dt$$

Consideriamo $\mathbf{Z}(t) = [A(\alpha(t), \beta(t), T_x(t), T_y(t))]$ il valore dei parametri liberi.

$$d\mathbf{Z} = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{Z}, \mathbf{L}) d\mathbf{P}_e$$

E' un sistema lineare: esiste 1, nessuna o ∞ soluzioni.

Sia n il numero di gradi di libertà dell'end-point (3).

Sia m il numero di parametri liberi del braccio (4).



I sistemi lineari ($m = n$)



$$dP_e = J(\mathbf{Z}, \mathbf{L}) d\mathbf{Z} \quad \mathbf{L} = \mathbf{A}\mathbf{X}$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = l_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = l_2$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n = l_m$$

Se $n = m$ $\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{L}$ Esiste 1 soluzione se e solo se: $\det(\mathbf{A}) \neq 0$



I sistemi lineari ($m = n$)



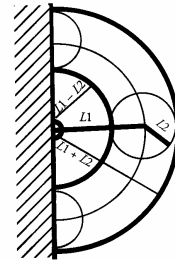
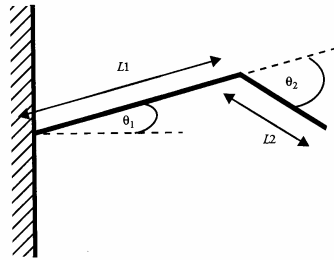
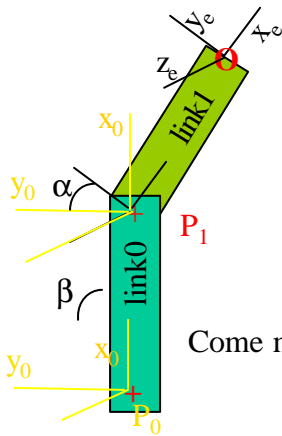
$$dP_e = J(\mathbf{Z}, \mathbf{L}) d\mathbf{Z} \quad \mathbf{L} = \mathbf{A}\mathbf{X}$$

Se $\det(\mathbf{A}) = 0$ ho infinite soluzioni.

Sono nel caso di sistema “iperstatico” e “ipostatico”, esistono più parametri liberi che movimentano alcuni gradi di libertà, non esistono parametri liberi in grado di movimentare gli altri gradi di libertà.



Sistema lineare $m = n$



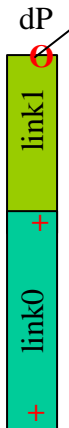
Come mai ottengo un'unica soluzione tramite Jacobiano?

$J(\mathbf{Z}, \mathbf{L})$

$$\begin{bmatrix} dP_{ex} \\ dP_{ey} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_2 \sin(\mathbf{a} + \mathbf{b}) & -l_2 \sin(\mathbf{a} + \mathbf{b}) - l_1 \sin \mathbf{b} \\ -l_2 \cos(\mathbf{a} + \mathbf{b}) & -l_2 \cos(\mathbf{a} + \mathbf{b}) - l_1 \cos \mathbf{b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\mathbf{a} \\ d\mathbf{b} \end{bmatrix}$$



Risolubilità



end effector

root

Esistono dei valori di α e β per cui il sistema non è risolubile per alcuni valori di dP .

$J(\mathbf{Z}, \mathbf{L})$ per $\alpha = 0$ – braccio disteso

$$\begin{bmatrix} -l_2 \sin \mathbf{b} & -l_2 \sin \mathbf{b} - l_1 \sin \mathbf{b} \\ -l_2 \cos \mathbf{b} & -l_2 \cos \mathbf{b} - l_1 \cos \mathbf{b} \end{bmatrix} \det(J(\mathbf{Z}, \mathbf{L})) = 0$$

Non esiste una soluzione che mi dia uno spostamento in direzione dP arbitraria.

E' possibile spostarsi solamente in direzione perpendicolare al braccio.

Verificare con la svd.



Sistema lineare: soluzione



$$\mathbf{J} \mathbf{dA} = \mathbf{dP} \quad \longrightarrow \quad \mathbf{J}' \mathbf{J} \mathbf{dA} = \mathbf{J}' \mathbf{dP} \quad \longrightarrow \quad (\mathbf{J}' \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}' \mathbf{J} \mathbf{dA} = (\mathbf{J}' \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}' \mathbf{dP}$$

$(\mathbf{J}' \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}'$ – Matrice pseudo-inversa

$$\mathbf{dA} = (\mathbf{J}' \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}' \mathbf{dP}$$

N gradi di libertà
M parametri liberi

N < M Numero equazioni minore del numero di incognite - $\det(\mathbf{J}' \mathbf{J}) = 0 \Rightarrow \infty$ soluzioni

N = M Numero equazioni uguale al numero di incognite - $\det(\mathbf{J}' \mathbf{J}) = 0 \Rightarrow \infty$ soluzioni
 $\det(\mathbf{J}' \mathbf{J}) \neq 0 \Rightarrow 1$ soluzione

N > M Numero equazioni maggiore del numero incognite - $\det(\mathbf{J}' \mathbf{J}) = 0 \Rightarrow \infty$ soluzioni
 $\det(\mathbf{J}' \mathbf{J}) \neq 0 \Rightarrow 1$ soluzione

NB La soluzione minimizza l'errore tra le osservazioni ed il modello:

$$\min (\mathbf{J} \mathbf{dA} - \mathbf{dP})^2$$



Sistema lineare: soluzione robusta



$$\mathbf{J} \mathbf{dA} = \mathbf{dP} \quad \longrightarrow \quad \mathbf{J}' \mathbf{J} \mathbf{dA} = \mathbf{J}' \mathbf{dP} \quad \longrightarrow \quad \mathbf{dA} = (\mathbf{J}' \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}' \mathbf{dP}$$

Numero di condizionamento varia circa con $(\mathbf{J}' \mathbf{J})$.

Soluzione tramite Singular Value Decomposition

$$\mathbf{J} \mathbf{dA} = \mathbf{dP}$$

$$\mathbf{U} \mathbf{W} \mathbf{V} \mathbf{dA} = \mathbf{dP}$$

Ortonormali Diagonale

$$\mathbf{V}' \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U}' \mathbf{U} \mathbf{W} \mathbf{V} \mathbf{dA} = \mathbf{V}' \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U}' \mathbf{dP} \quad \longrightarrow \quad \mathbf{dA} = \mathbf{V}' \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U}' \mathbf{dP}$$

Numero di condizionamento varia circa con \mathbf{J} .

\mathbf{W}^{-1} è diagonale. $w_{ii}^{-1} = 1/w_{ii}$



Soluzione dei sistemi lineari ($N > M$)



$$\mathbf{J} \, d\mathbf{A} = d\mathbf{P}$$

Sistema sotto-parametrizzato.

$$\mathbf{J}^T \mathbf{J} d\mathbf{A} = \mathbf{J}^T d\mathbf{P}$$

Equazioni normali

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} (\mathbf{J}^T \mathbf{J}) d\mathbf{A} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T d\mathbf{P}$$

$$d\mathbf{A} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T d\mathbf{P}$$

$$d\mathbf{q} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T d\mathbf{P}_e$$

$d\mathbf{q}$ è tale per cui $|\mathbf{dP}_e - \mathbf{J} \, d\mathbf{q}|$ è minima.

$$d\mathbf{q} = \mathbf{J}^+ d\mathbf{P}_e$$

\mathbf{J}^+ è la pseudo-inversa.

Genero il movimento migliore tra quelli che posso generare.



Soluzione dei sistemi lineari ($M > N$)



$$\mathbf{J} \, d\mathbf{A} = d\mathbf{P}$$

Sistema sovra-parametrizzato.

$$\mathbf{J}^T \mathbf{J} d\mathbf{A} = \mathbf{J}^T d\mathbf{P} \quad \mathbf{J}^T \mathbf{J} d\mathbf{A} = \mathbf{J}^T d\mathbf{P}$$

Equazioni normali

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} (\mathbf{J}^T \mathbf{J}) d\mathbf{A} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T d\mathbf{P}$$

$$\det(\mathbf{J}^T \mathbf{J}) = 0$$

$$[\mathbf{U} \, \mathbf{W} \, \mathbf{V}] = \text{svd}(\mathbf{J})$$

Prendo come soluzione il vettore di \mathbf{V} associato al valore singolare w più piccolo

$$d\mathbf{q} = \mathbf{V}_j^{\min}$$

$d\mathbf{q}$ è una combinazione lineare dei parametri liberi a norma unitaria



Riassunto



La cinematica inversa consente di determinare la traiettoria dei joint, data la traiettoria desiderata dell'end-point.

La soluzione geometrica o analitica è possibile per scheletri molto semplici.

Per scheletri complessi si utilizza una soluzione linearizzata basata sul Jacobiano. Calcolo della pseudo-inversa.

Possibilità di polarizzare i joint o il peso dei gradi di libertà.

Sperimentare la soluzione analitica per un problema di path-planning con i diversi vincoli possibili.



Riassunto



- La cinematica inversa.
- Il Jacobiano.
- Cinematica inversa attraverso il Jacobiano.
- **Retargetting.**



Pianificazione



- Problema di controllo ottimo.

$$\text{Min}_{\{Z(t)\}} \left\{ \left[(P_f(T) - P_{fd}(T))^2 + I \sum_{i=0}^T k_i * Z_i^2(t) \right] \right\}$$

Scelta della sequenza di controllo $\{Z(t)\}$, tale che:

- Minimizza la deviazione tra posizione desiderata e reale dell'end point: $\left[(P_f(T) - P_{fd}(T))^2 \right]$
- Minimizza la spesa energetica: $\{Z_i^2(t)\}$

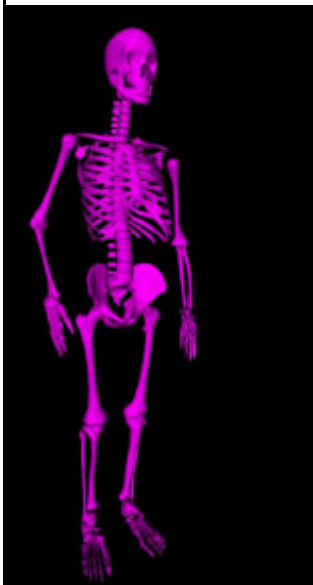
λ pesa l'importanza dei due obbiettivi.

k pesa l'energia associata all'attivazione di ogni grado di libertà.

E' un problema di ottimizzazione non lineare.



Retargetting



From Motion Capture to Virtual Motion:
3D positions \rightarrow Angles
Model fitting
Motion correction





Motion correction & retargetting



What happens if the arm of the digital character enter inside the shoulder of his girl-friend?

The problem is reframes as an optimal control problem.

Zero error in the final frame.

Minimal deviation of the control actions (the angle sequence).

$$b(\mathbf{P}_{f_d}(T) - \mathbf{P}_f(T))^2 + a \sum_{\{z(t_k)\}} (\mathbf{z}_k(t))^2$$

Hard and Soft constraints



Motion retargetting: an example



Data captured have to be adapted to a smaller female.



Motion retargetting: an example



Riassunto



- La cinematica inversa.
- Il Jacobiano.
- Cinematica inversa attraverso il Jacobiano.
- Retargetting.