



Animazione Digitale

lezione 1

N. Alberto Borghese
Laboratory of Human Motion Analysis and Virtual Reality (MAVR)
Department of Computer Science
University of Milano



Animazione digitale (3cfu)

	Lezioni		
Mercoledì	11.30-14.30		Aula Delta
	Progetti		
Laboratorio	Orario da concordare		MAVR (Stanza T316)
	Ricevimento		
Giovedì	10.30-11.30		Stanza 205
Su appuntamento	borghese@dsi.unimi.it		
Tel. (02)503.6325		Fax (02)503.16373	

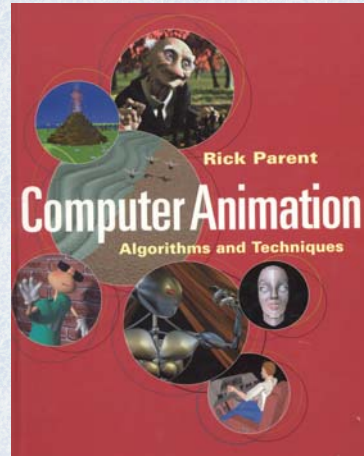
Strumento principale di contatto: email.
http://homes.dsi.unimi.it/~borghese/Teaching/DigitalAnimation/_DA.html



Materiale didattico



- Testo di riferimento: R. Parent, Computer Animation, Morgan Kaufman, 2002.
- Per approfondimenti sull'animazione facciale: Parke and Waters, Computer facial animation, Wellesley.
- Per una buona introduzione sulla geometria analitica: Gasapina e Marchionna, Appunti ed esercizi di geometria, editrice CLUP.
- Per una buona introduzione sulla geometria proiettiva: M. Penna e R. Patterson, Projective Geometry and its applications to Computer Graphics, Prentice-Hall, 1986.
- La bibbia della computer graphics: Foley, VanDam, Feiner, Huges – Computer Graphics: Principles & Practice in C.
- Appunti sulle trasformazioni del prof. Marini:
<http://klee.usr.dsi.unimi.it/~dan/PGL/doc/slides/>



I lucidi delle lezioni saranno disponibili sul web dopo la lezione alla pagina WEB:
<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese/Teaching/DigitalAnimation/slides/slides.html>



Altro materiale



- Precedenze vivamente consigliate: informatica grafica e fisica.
- Software di animazione: Maya; 3D studio; XSI. Si può scaricare la Personal limited edition di Maya da: <http://www.aliaswavefront.com/en/products/maya/index.shtml>.
- Si consiglia il corso FSE su Maya.

Volontari per riassumere ciascuna lezione per la didattica WEB-CENTRICA.



Attività sperimentale



Questo corso non deve essere un corso puramente teorico. Viene quindi richiesto agli studenti lo sviluppo di applicazioni di quanto visto a lezione. Allo scopo saranno a disposizione i laboratori del dipartimento ed in particolare il Laboratorio di Motion Analysis e Virtual Reality (MAVR) e l'utilizzo di Maya.

Modalità d'esame: progetto (docente o studente) + discussione del progetto ed orale.



Programma di massima



- **Introduzione & breve storia dell'animazione**
- La rappresentazione del corpo umano per l'animazione: proprietà delle catene cinematiche articolate.
- Definizione del movimento mediante differenti sistemi di coordinate. Cinematica diretta ed inversa.
- Proprietà spazio-temporali del movimento umano. Coordinazione.
- Motion capture.
- Animazione facciale.
- Morphing lineare e non-lineare.
- Virtual set e Camera tracking.



Animazione digitale.



Soffio sulla creta che dà la vita, anima (Bibbia).

Animare = dare l'anima (la vita) a qualcuno.

Digitale = da digit (cifra, numero).

Dare la vita sotto forma di numeri.

Possibilità di esprimere animazioni complesse con azioni semplici. Aspetti algoritmici.

Applicazioni. Multi-media e Realtà Virtuale.

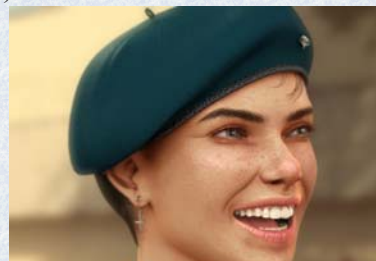
Scopo di questo corso è fornire le basi degli algoritmi di animazione.



Animazione

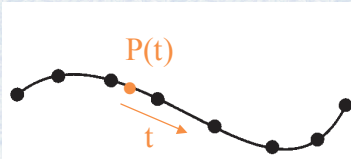


- Animazione di che cosa?
- Animazione = Cambiamento di aspetto, forma e/o posizione (algoritmi gerarchici). **Curve di animazione.**
- Proprietà dei modelli per l'animazione (controlli o handle).

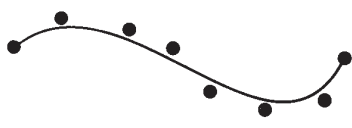


<http://www.vetozero.com/kaya/>

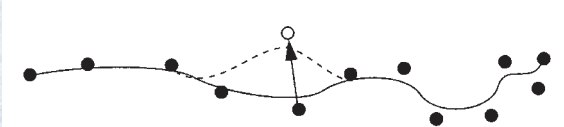
Curve di animazione



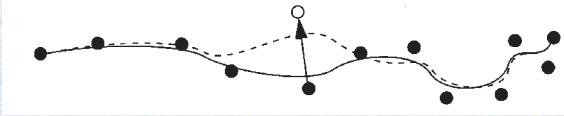
Spline interpolante



Spline approssimante



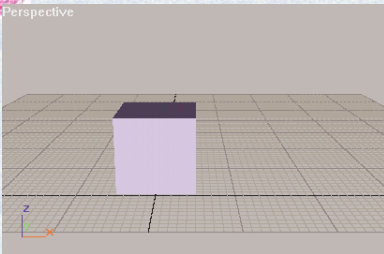
Local control on the curve



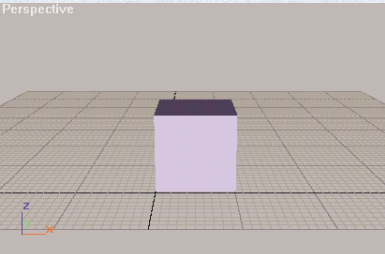
Global control on the curve

Laboratory of Motion Analysis & Virtual Reality, MAVR
<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese/>

Key-framing




P(X, Y, Z)



P(X+Tx, Y, Z)

Interpolazione tra due chiavi.



Laboratory of Motion Analysis & Virtual Reality, MAVR

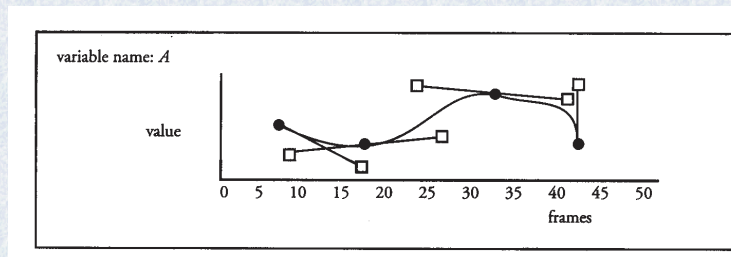
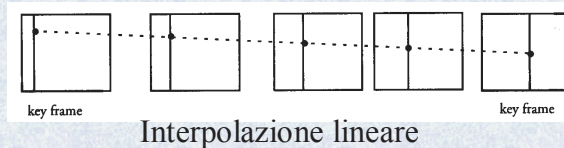


Le chiavi (keys)



Variabili disomogenee: posizione, orientamento, scala, ma anche colore, tessitura, illuminazione, videocamera.... (*avars*).

L'interpolazione tra 2 chiavi può essere lineare o polinomiale (spline)



• Key values.

Interpolazione polinomiale



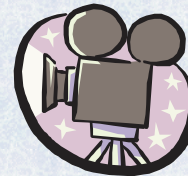
Come si crea un'animazione



1) Creazione di un modello 3D (scena + personaggi).



2) Definizione di una camera virtuale (punto di vista).
NB la camera può muoversi.



3) Definizione del movimento dei personaggi e/o della scena.

Campionamento del movimento mediante camera virtuale (sequenza di fotogrammi).

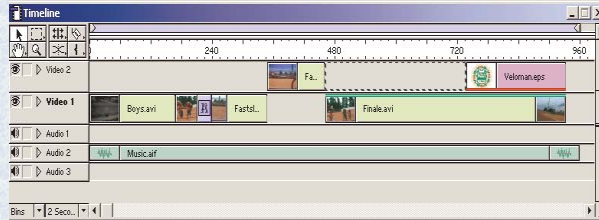


Il sistema visivo e l'animazione digitale



Visione umana: immagini continue nel tempo.

Visione di film: sequenza di immagini (discreta nel tempo, fotogrammi).



Fusione temporale delle immagini nella corteccia visiva (1800).



Flickering -> Animazione (25Hz/30Hz)



Motion blur



Il nostro sistema visivo vede immagini "mosse": i recettori integrano nel tempo.

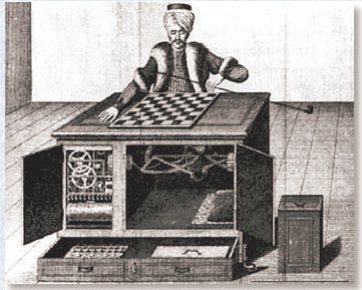
Le immagini di animazione sono nitide, in quanto create campionando il movimento in un istante di tempo infinitesimo.



Il sistema visivo fa fatica a fondere le immagini statiche di movimenti veloci in un movimento continuo (*effetto di strobing*); si alterano le immagini di animazione, creandole "come se" fossero create da un sistema di ripresa con tempo di cattura finito.



Gli albori dell'animazione



Il giocatore di scacchi,
Wolfgang von Kempelen, 1769



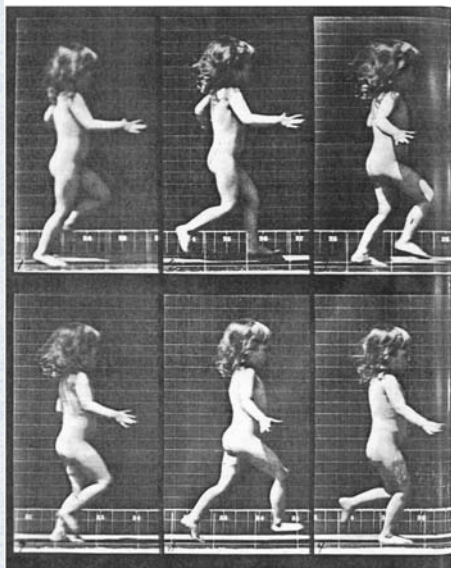
La musicista,
Pierre Jaquet-Droz, (1753-1791)

http://access.tucson.org/~michael/hm_intro.html

Gli automi moderni possono essere associati alle tecniche di stop-motion.
Noi ci occuperemo di animazione creata mediante sequenze di immagini.



La nascita dell'animazione digitale



Zoetrope, 1820 circa

E. Muybridge,
Humans figures in motion, 1901
+
zoopraxinoscope



Origine dell'animazione digitale



Componente artistica.

Componente tecnologica.

Le animazioni vengono create da team misti con interazioni e scambi continui di informazione.



La nascita dell'animazione “convenzionale” (2D)



Estensione del disegno, vignettisti:

J. Stuart Blackton, animazione del fumo, 1900.

W. McCay, Gertie the dinosaur, 1914.

O. Messmer and P. Sullivan, Felix the cat, 1920.

Tecnologia e brevetti: John Bray (1915-1920):

- Layers (translucent piece of papers).
- Livelli di grigio.
- Panning camera.



Walt Disney (1920-1930).

- Storyboard.
- Sketch of motion
- Audio!

Personalità dei personaggi.

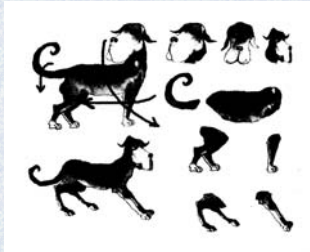
Fantasia (1940).



Macro-componenti di un'animazione digitale



- Soggetto / sceneggiatura. E' il punto di partenza.
- Personaggio. Personalità, fisionomia, gesti, colore, tessitura....



Copyright: Marini, Bertolo, Rizzi

sequenza	scena	sonoro	dialogo	note
1		astl.wav	voce narrante xxxxyzzz yoooh z hhzzz...	
1		astl.wav + ronzio	alieno 2 jhh ggj hh kkhjx! alieno 1 ffakk! hh ggtzz...	
1		astl.wav + ronzio + blip.wav	alieno 2 ppllghh ff ggghj aat !!	

- Storyboard. Per ogni scena, un disegno rappresentativo.
- Animazione. Linee di energia o stick diagram. Cel(lular) animation.

Struttura a layers

Laboratory of Motion Analysis & Virtual Reality, MAVR

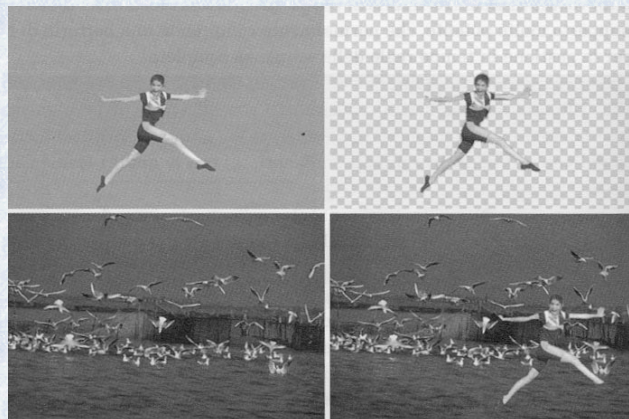
<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese/>



Chroma Key



Tecnica multi-layer per unire spezzoni eterogenei.



L'attore viene ripreso su sfondo colorato uniforme (blue back)
Il sistema di montaggio riconosce blue back e sostituisce trasparenza.

Laboratory of Motion Analysis & Virtual Reality, MAVR

<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese/>



L'animazione digitale (1970-1980) (verso il 3D)

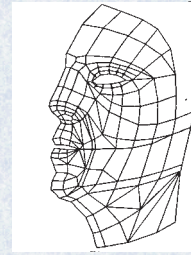


Periodo romantico

1970. Ivan Sutherland. "The ultimate display".

1974. Fred Parke. **Talking Faces**. Modello di Parke.

<http://www-viz.tamu.edu/faculty/parke/fip.html>.



1976. Norman Badler. Il primo avatar: **Jack**.

<http://www.cis.upenn.edu/~badler/vhlist.html>.



1974. Hunger. Prima animazione che utilizza animazione digitale.
Vincitore di un Academy Award.



L'animazione digitale (1980-1990)



L'intervento dell'industria.

Hardware. Silicon Graphics. Potenza grafica a costo medio. Z-buffer, anti-aliasing, visualizzazione rasterizzata. Grafica 3D in hardware.

Software. Alias, Wavefront e Softimage. SW integrati di modellazione, animazione e rendering.

Motion capture.

Applicazioni: militari (flight simulator) e cinematografiche.



Peter Gabriel's video



L'animazione digitale (oggi)



La diffusione del PC con schede grafiche e potenza di calcolo adeguate.

Possibilità di innovazione tecnologica capillare (piccole e grandi università). L'innovazione viene ancora per il 90% dall'Accademia, eventualmente in collaborazione con l'industria.

Realizzazione di prodotti a basso costo per multi-media: internet, televisione, pubblicità, video-giochi; non solo: scienza (fisica e chimica), medicina (pianificazione interventi), robotica (simulazione di robot complessi), storia, archeologia....

Interesse da parte dell'industria cinematografica pesante. Pixar e Lucas film (ora Dreamworks).



Animazione di personaggi



Cartoni animati. Scopo è solamente intrattenere. Toy Story (1995); Ants (1998); A Bug's Life (1998); Toy Story2 (1999).

Cartoni animati con pretesa di realismo. Terminator 2 (1991); Jurassic Park (1993); Re Leone (1994); Jumanji (1995); Il ritorno di Batman (1995); Mars Attacks (1997); Ants (1998); Jar-Jar in Guerre Stellari, Io episodio (1999).

Personaggi umani. Tony de Peltrie (1985); Titanic (1998); Geri's Game (1999)



E' ancora un problema arrivare ad un realismo sufficientemente elevato (espressività).



<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese/>



Programma



- Introduzione & breve storia dell'animazione
- **La rappresentazione del corpo umano per l'animazione: proprietà delle catene cinematiche articolate.**
- Definizione del movimento mediante differenti sistemi di coordinate. Cinematica diretta ed inversa.
- Proprietà spazio-temporali del movimento umano. Coordinazione. Generazione del movimento digitale: interpolazione mediante key-framing.
- Motion capture.
- Animazione facciale.
- Morphing lineare e non-lineare.



Sintesi del Movimento Umano

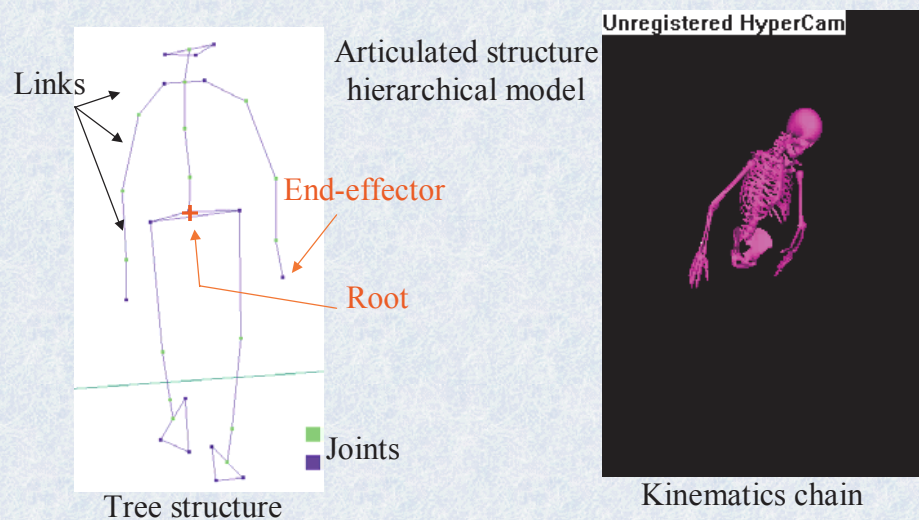


Approccio multi-layer:

- Scheletro.
- (Layer intermedi, derma, muscoli).
- Layer superficiale.
- Aspetto superficiale: pelle e vestiti.



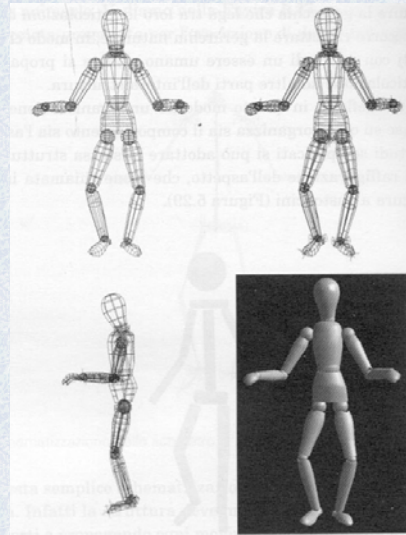
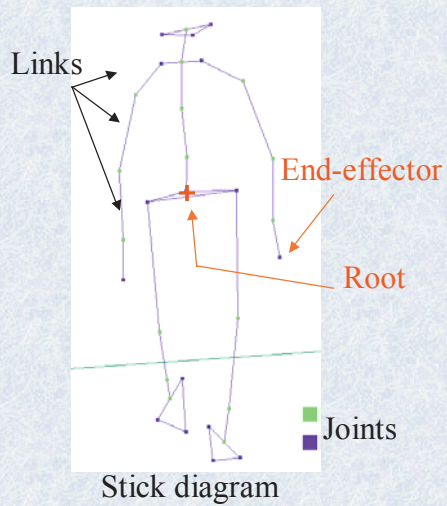
The human skeleton



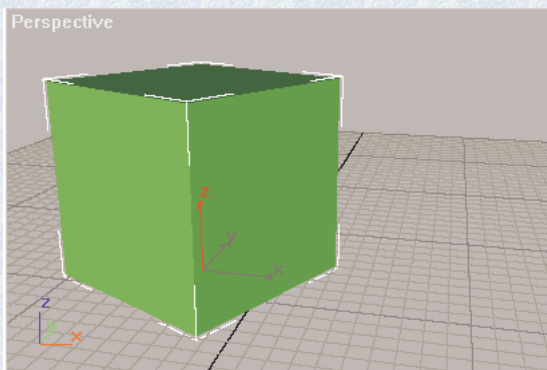
The motion of a parent node is applied also to all its child nodes.



Rappresentazioni degli scheletri



The geometrical engine of skeleton animation (single segment)



Trasformazione istante per istante tra due spazi 3D:

- Rotazione(t)
- Traslazione(t)
- (Scala(t))

Notazione omogenea: $P = [X_p, Y_p, Z_p]$ \Rightarrow $P = [X_p, Y_p, Z_p, 1]$



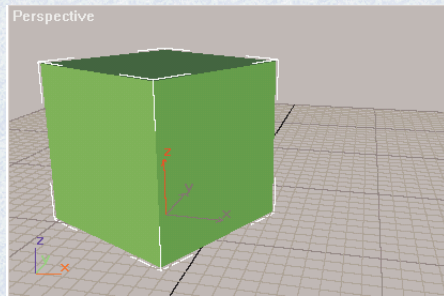
Traslazione



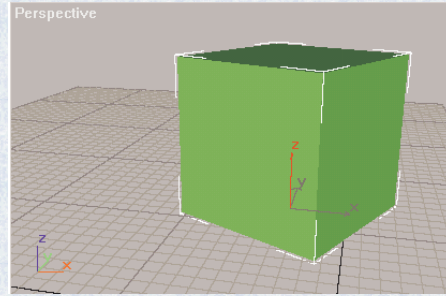
Tutti i punti si spostano dello stesso vettore spostamento, $T[T_x, T_y, T_z, 0]$.

$$\begin{bmatrix} X_p + T_x \\ Y_p + T_y \\ Z_p + T_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \\ 1 \end{bmatrix}$$

Traslazione dell'origine dei sistemi di riferimento o del baricentro.



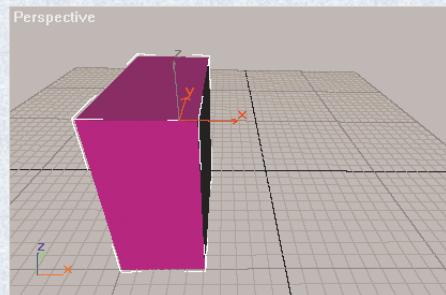
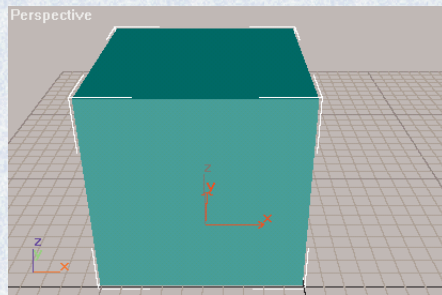
Laboratory of Motion Analysis & Virtual Reality, MAVR



<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese/>



Scala



Shrinkage, cambiamento di scala, $S[S_x, S_y, S_z, 1]$.

$$\begin{bmatrix} S_x X_p \\ S_y Y_p \\ S_z Z_p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \\ 1 \end{bmatrix}$$

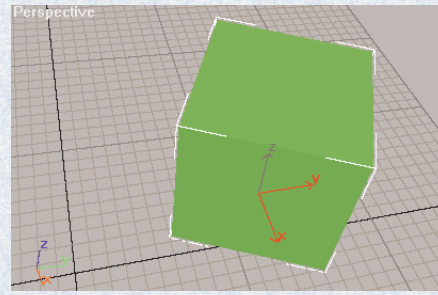
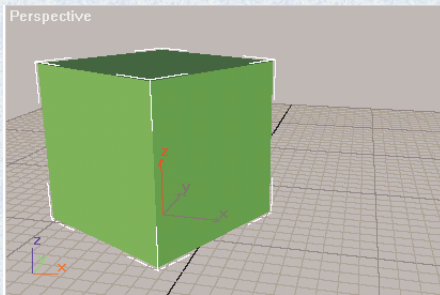
In questo esempio:
 $S_x = S_z = 1$ $S_y = 0.5$

Laboratory of Motion Analysis & Virtual Reality, MAVR

<http://homes.dsi.unimi.it/~borghese/>



Orientamento



Tre parametri: tre rotazioni.

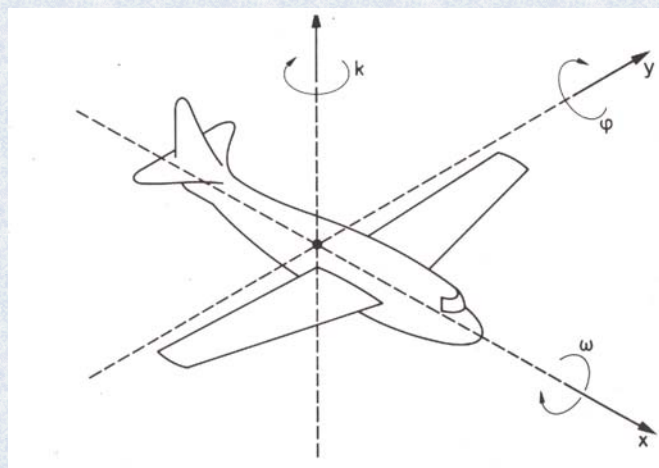


Angoli di orientamento



Modo generale: roll, pitch, e yaw.
(ω , ϕ , k): rollio, beccheggio e deriva.

Sono 3 rotazioni sequenziali,
non commutative.

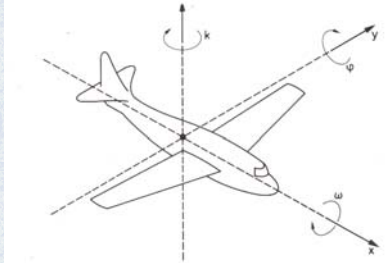




Matrici di rotazione e angoli di orientamento

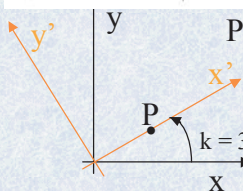


Modo generale: roll, pitch, e yaw.
 (ω, ϕ, k) : rollio, beccheggio e deriva.



$$R_{\omega} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & \sin \omega \\ 0 & -\sin \omega & \cos \omega \end{bmatrix}$$

$$R_{\phi} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix}$$

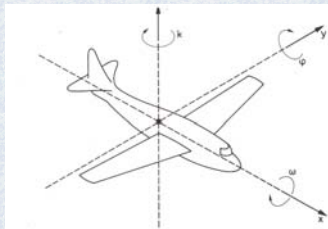


$P = (x, y, 0) = (2\sqrt{3}/2, 1, 0)$

$$P' = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2\sqrt{3}/2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} R_k = \begin{bmatrix} \cos k & \sin k & 0 \\ -\sin k & \cos k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Dalle rotazioni alla matrice di rotazione



Come è legata R alle tre rotazioni indipendenti?

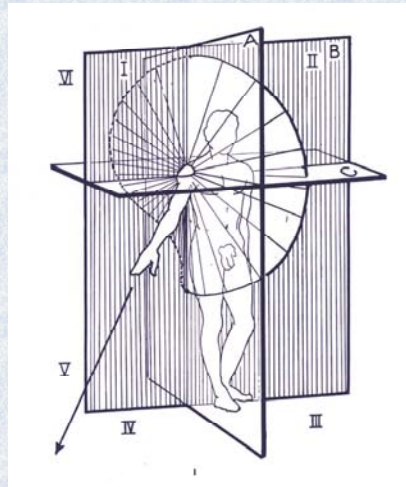
$$R = \begin{bmatrix} \cos(\phi)\cos(k) & -\cos(\phi)\sin(k) & -\sin(\phi) \\ \cos(\omega)\sin(k) - \sin(\omega)\sin(\phi)\cos(k) & \cos(\omega)\cos(k) + \sin(\omega)\sin(\phi)\sin(k) & -\sin(\omega)\cos(\phi) \\ \sin(\omega)\sin(k) + \cos(\omega)\sin(\phi)\cos(k) & \sin(\omega)\cos(k) - \cos(\omega)\sin(\phi)\sin(k) & \cos(\omega)\cos(\phi) \end{bmatrix}$$

Si ricava eseguendo le rotazioni sequenziali. Ogni rotazione tiene fermo un asse e agisce sul piano perpendicolare.

Rotazioni “*semplici*” utilizzate dai programmi di animazione, gestione matriciale *efficiente* del calcolo.



Description of the links



A – Frontal plane
B – Sagittal plane
C – Horizontal plane

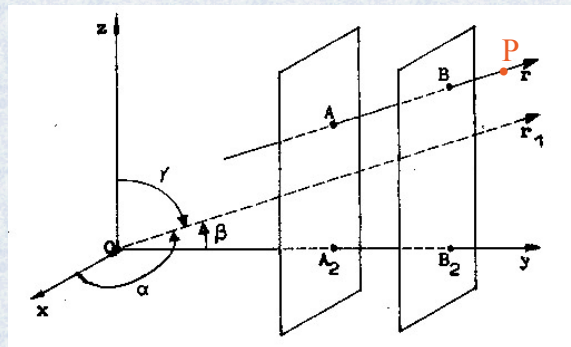
Abduction/adduction
Flexion/extension
Axial rotation (V)

Definition of the interesting degrees of freedom.



Verso una rappresentazione matriciale dell'orientamento

Nessuna delle rappresentazioni viste in precedenza si adatta ad una manipolazione matriciale.



$$\cos(\beta) = \frac{|A_2 B_2|}{|AB|}$$

La direzione di r e r_1 è data dai coseni direttori: $[\cos(\alpha), \cos(\beta), \cos(\gamma)]$
Coseni degli angoli rispetto agli assi orientati.

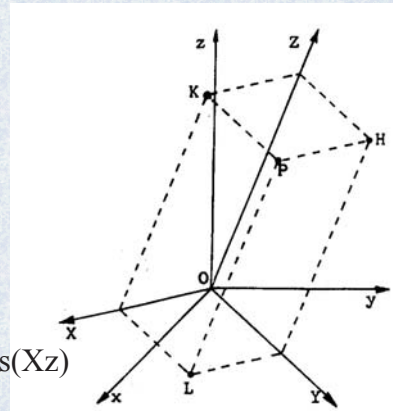


Dalle rotazioni alla matrice di rotazione



La rotazione può essere rappresentata in forma matriciale $\{r_{ij}\}$ come:

$$\begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & 0 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & 0 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \\ 1 \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{X} = [\cos(Xx) \cos(Xy) \cos(Xz)]$$

$$X_P = PH = x_P \cos(Xx) + y_P \cos(Xy) + z_P \cos(Xz)$$

r_{11}, r_{12}, r_{13} danno la direzione dell'asse X rispetto agli assi x, y e z.

$$X_P = r_{11} x_P + r_{12} y_P + r_{13} z_P.$$

Relazioni di ortonormalità

$$\sum_{i=1}^3 r_i^2 = 1 \quad \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 r_i r_j = 0 \quad \text{Det}(\mathbf{R}) = 1$$



Le matrici affini



$$\mathbf{P}' = \mathbf{R}\mathbf{P} + \mathbf{T} \Rightarrow \mathbf{P}' = \mathbf{A}\mathbf{P}$$

$$X'_P = r_{11}X_P + r_{12}Y_P + r_{13}Z_P + T_x$$

$$\begin{bmatrix} X'_P \\ Y'_P \\ Z'_P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & T_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & T_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}^T \mathbf{P}' - \mathbf{R}^T \mathbf{T}$$

$$\Rightarrow \mathbf{P} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{P}'$$

$$\begin{bmatrix} X'_P \\ Y'_P \\ Z'_P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} & r_{11}T_x + r_{21}T_y + r_{31}T_z \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} & r_{12}T_x + r_{22}T_y + r_{32}T_z \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} & r_{13}T_x + r_{23}T_y + r_{33}T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$X_P = r_{11}X'_P + r_{21}Y'_P + r_{31}Z'_P - r_{11}T_x - r_{21}T_y - r_{31}T_z$$



Key-framing e rotazioni



Le rotazioni si ottengono interpolando orientamenti diversi in istanti di tempo diversi.

Non si possono interpolare gli elementi della matrice di rotazione.

$\omega = 10$; $\phi = 30$, $k = -10$ gradi.

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0.8529 & 0.0855 & 0.5151 \\ 0.1504 & 0.9849 & 0.0855 \\ 0.5 & 0.1504 & 0.8529 \end{bmatrix}$$

$\omega = 10$; $\phi = 50$, $k = -10$ gradi.

$$M_2 = \begin{bmatrix} 0.633 & 0.04 & 0.7731 \\ 0.1116 & 0.9929 & 0.04 \\ 0.766 & 0.1116 & 0.633 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 0.7429 & -0.0628 & -0.6441 \\ 0.131 & 0.9889 & 0.0628 \\ 0.633 & -0.131 & 0.7429 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det}(M) < 1$$



Key-framing e rotazioni (II)



Le rotazioni si ottengono interpolando orientamenti diversi in istanti di tempo diversi.

Si potrebbero interpolare gli angoli.

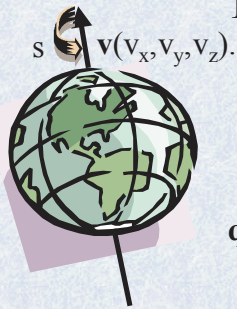
$\omega = 10$; $\phi = 30$, $k = -10$ gradi. $\omega = 10$; $\phi = 40$, $k = -10$ gradi. $\omega = 10$; $\phi = 50$, $k = -10$ gradi.

$\omega = 10$; $\phi = 10$, $k = -10$ gradi. $\omega = 10$; $\phi = 180!$, $k = -10$ gradi. $\omega = 10$; $\phi = 350$, $k = -10$ gradi.

Discontinuità nel codominio.

Rotazione. Movimento tale per cui esiste una retta i cui punti hanno spostamento nullo. Detta retta si chiama **asse di rotazione**.





I quaternioni



Asse di rotazione $\mathbf{v}(v_x, v_y, v_z)$.
Angolo di rotazione s .

$$\mathbf{q} = [\cos(s/2), \sin(s/2)v_x, \sin(s/2)v_y, \sin(s/2)v_z]$$

Breve matematica (i quaternioni costituiscono un corpo)

Somma: $\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 = [s_1 + s_2, \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2]$

Prodotto: $\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{q}_2 = [(s_1 \cdot s_2 - \mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2), (s_1 \cdot \mathbf{v}_2 + s_2 \cdot \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_1 \wedge \mathbf{v}_2)]$

Inversa: $\mathbf{q}^{-1} = (1/\|\mathbf{q}\|)^2 \cdot [s, -\mathbf{v}]$

Coniugato: $\mathbf{q}^c = [s, -\mathbf{v}]$ si ottiene la rotazione in direzione opposta.

Norma: $\|\mathbf{q}\| = 1$ se \mathbf{v} è versore dell'asse.

Il prodotto non è commutativo: $\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{q}_2 \neq \mathbf{q}_2 \cdot \mathbf{q}_1$.

Il prodotto è associativo: $(\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{q}_2) \cdot \mathbf{q}_3 = \mathbf{q}_1 \cdot (\mathbf{q}_2 \cdot \mathbf{q}_3)$.



Applicazione dei quaternioni



Rotazione di un punto $\mathbf{P}(X, Y, Z)$. \mathbf{P} viene rappresentato come quaternionone $\mathbf{P}^q[0, X, Y, Z]$

$$\mathbf{P}^{q'}(0, X', Y', Z') = \mathbf{q}_1 \mathbf{P}^q \mathbf{q}_1^c$$

Rotazioni successive, per la proprietà associativa, possono essere associate come:

$$\mathbf{P}^{q'}(0, X', Y', Z') = (\mathbf{q}_2 \mathbf{q}_1) \mathbf{P}^q (\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2)^c$$

La matrice di rotazione si può ottenere da $\mathbf{q}[s, l, m, n]$ come:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} s^2 + l^2 - m^2 - n^2 & 2(lm - sn) & 2(ln + sm) \\ 2(lm + sn) & s^2 - l^2 + m^2 - n^2 & 2(mn - sl) \\ 2(ln - sm) & 2(mn + sl) & s^2 - l^2 - m^2 + n^2 \end{bmatrix}$$

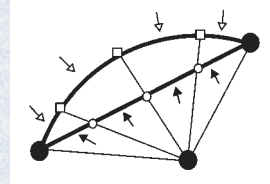


Key-framing con i quaternioni



Key-framing: dati \mathbf{q}_1 e \mathbf{q}_2 una qualsiasi rotazione intermedia, \mathbf{q} , si può ottenere *interpolando* i quaternioni. Come?

Proiezione sulla circonferenza unitaria: \mathbf{q}'
 $= \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 \Rightarrow \mathbf{q} = \mathbf{q}' / \|\mathbf{q}\|$



In generale, sia u un parametro, $u = [0 \ 1]$, che trasforma con continuità da \mathbf{q}_1 a \mathbf{q}_2 , risulta: (ricordare che: $\cos(\theta) = \mathbf{q}_1 \times \mathbf{q}_2$).

$$\mathbf{q} = [(\sin(1-u)\theta)/(\sin\theta)]\mathbf{q}_1 + [(\sin(u\theta))/(\sin\theta)]\mathbf{q}_2$$

Progetto I. Quaternioni, matrici di rotazione, angoli rispetto agli assi.



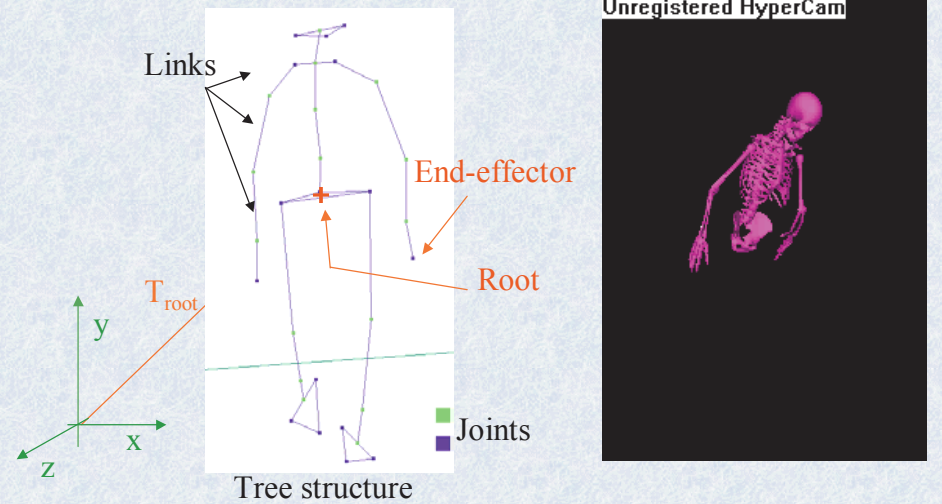
Riassunto



- Il movimento di un segmento scheletrico (corpo rigido) si può esprimere mediante: rotazione, traslazione e scala.
- Queste si possono inserire in un'unica matrice, matrice affine.
- Il movimento inverso si ottiene opportunamente modificando la matrice affine.
- La rotazione può essere implementata in vario modo, il modo più efficiente è mediante i quaternioni.
- Il movimento viene poi ottenuto interpolando i parametri che definiscono la posizione e orientamento del segmento (key framing).



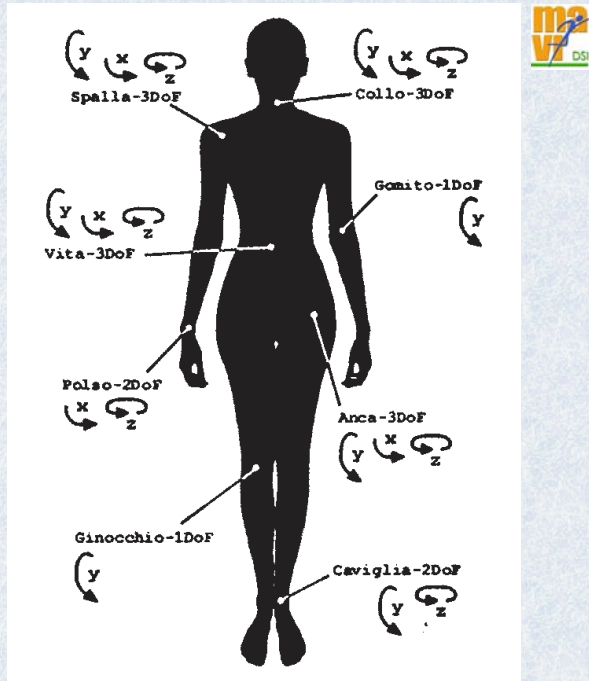
Rappresentazione dello scheletro nello spazio



Root. Trasformazione completa: Posizione, Rotazione, Scala.



Degrees of freedom di uno scheletro



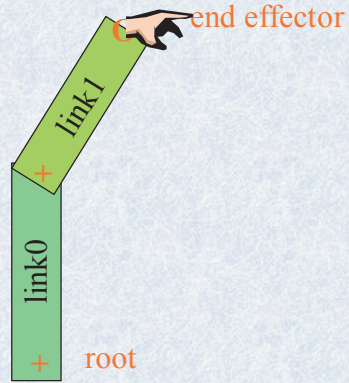


Posizione dei segmenti (esempio)

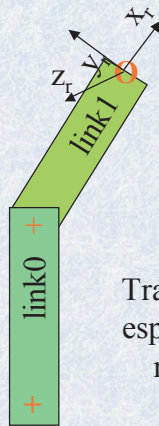


$$\begin{bmatrix} X'_P \\ Y'_P \\ Z'_P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & T_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & T_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P' = A P$$

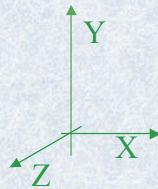
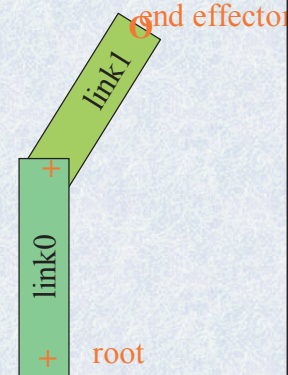


Posizione dei segmenti (I)



$$P_e = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$$

Trasformiamo P_e fino ad esprimerlo nel sistema di riferimento assoluto XYZ.



Posizione dei segmenti (II)

$P_e = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$

$P_e^{P1_L1} = A_{P1_L1} P_e = [l_1, 0, 0, 1]$

$A_{P1_L1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

end effector

root

Laboratory of Motion Analysis & Virtual Reality, MAVR <http://homes.dsi.unimi.it/~borghese/>

Posizione dei segmenti (III)

$P_e = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$

$P_e^{P1_L0} = A_{P1_L0} P_e^{P1_L1} = \begin{bmatrix} l_1 \cos \alpha \\ -l_1 \sin \alpha \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

$P_1 = [l_1, 0, 0, 1]$

$A_{P1_L0} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

end effector

root

Laboratory of Motion Analysis & Virtual Reality, MAVR <http://homes.dsi.unimi.it/~borghese/>

Posizione dei segmenti (IV)

$P_e = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$

$$P_e^{P0_L0} = A_{P0_L0} P_e^{P1_L0} = \begin{bmatrix} l_1 \cos \alpha + l_0 \\ -l_1 \sin \alpha \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P_e^{P1_L0} = \begin{bmatrix} l_1 \cos \alpha \\ -l_1 \sin \alpha \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A_{P0_L0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

End effector
 root

Laboratory of Motion Analysis & Virtual Reality, MAVR http://homes.dsi.unimi.it/~borghese/

Posizione dei segmenti (V)

$P_e = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$

$$P_e^{P0_ABS} = A_{P0_ABS} P_e^{P1_L0} = \begin{bmatrix} l_1 \sin \alpha \\ l_1 \cos \alpha + l_0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P_e^{P1_L0} = \begin{bmatrix} l_1 \cos \alpha + l_0 \\ -l_1 \sin \alpha \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A_{P0_ABS} = \begin{bmatrix} \cos(-90) & \sin(-90) & 0 & 0 \\ -\sin(-90) & \cos(-90) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

End effector
 root

Laboratory of Motion Analysis & Virtual Reality, MAVR http://homes.dsi.unimi.it/~borghese/

Posizione dei segmenti (VI)

$P_e = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$

$$P_e^{ABS_ABS} = A_{ABS_ABS} P_e^{P0_ABS} = \begin{bmatrix} l_1 \sin \alpha + T_x \\ l_1 \cos \alpha + l_0 + T_y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P_e^{P1_ABS} = \begin{bmatrix} l_1 \sin \alpha \\ l_1 \cos \alpha + l_0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A_{ABS_ABS} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

end effector

root

Laboratory of Motion Analysis & Virtual Reality, MAVR <http://homes.dsi.unimi.it/~borghese/>

Nuovo sistema di riferimento assoluto

$P_e = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$

$$P_e^{ABS_N} = A_{ABS_N} P_e^{ABS_ABS} = \begin{bmatrix} (l_1 \sin \alpha + T_x) \cos \beta + (l_1 \cos \alpha + l_0 + T_y) \sin \beta \\ -(l_1 \sin \alpha + T_x) \sin \beta + (l_1 \cos \alpha + l_0 + T_y) \cos \beta \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P_e^{ABS_ABS} = \begin{bmatrix} l_1 \sin \alpha + T_x \\ l_1 \cos \alpha + l_0 + T_y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A_{ABS_N} = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

end effector

root

Laboratory of Motion Analysis & Virtual Reality, MAVR <http://homes.dsi.unimi.it/~borghese/>



Riassunto

- Il movimento dell'end effector viene espresso in funzione della geometria (lunghezze dei segmenti) e dei parametri liberi (rotazione dei vari segmenti e posizione della radice).
- Le rotazioni vengono definite in un sistema di riferimento locale.
- Per ottenere la trasformazione delle coordinate dell'end-effector da sistema locale a sistema globale occorre....

$$\mathbf{P}_e^{ABS_ABS} = (\mathbf{A}_{ABS_ABS} \mathbf{A}_{P0_ABS} \mathbf{A}_{P0_L0} \mathbf{A}_{P1_L0} \mathbf{A}_{P1_L1}) \mathbf{P}_e$$
$$\mathbf{P}_e = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$$

fattorizzare le matrici di trasformazione.