

# Esercitazione del 25/05/2006 - Soluzioni

## 1. Introduzione

Una CPU moderna ha una velocità di esecuzione delle istruzioni generalmente molto più alta della capacità di fornire dati delle memorie DRAM. In generale possiamo dire che più alta è la quantità di dati memorizzabili in una memoria più bassa è la velocità con cui si può accedere alle informazioni.

Tempo di accesso ai dischi	Tempo di accesso alle memorie DRAM	Tempo di esecuzione di una istruzione nella CPU
~10000ns	~60ns	~2ns

Se la CPU dovesse ad ogni istruzione caricare l'istruzione direttamente dalla DRAM passerebbe la maggior parte del tempo ad attendere il completamento dell'accesso ai dati. Una soluzione possibile è interporre tra la memoria e la CPU una memoria molto più piccola ma allo stesso tempo in grado di lavorare alla stessa velocità della CPU. In questa memoria-tampone, detta **cache**, verranno memorizzate di volta in volta le istruzioni più richieste dalla CPU. Quando la CPU richiede un dato, prima di accedere alla DRAM, il dato viene cercato all'interno della cache. Se il dato è presente (**hit**) allora può essere fornito velocemente alla CPU. Se il dato non è presente (**miss**) allora deve essere caricato dalla DRAM e messo in una qualche posizione della cache, eventualmente eliminando un altro dato (si ricordi che una cache è notevolmente più piccola dello spazio disponibile nella DRAM). L'interposizione di una cache tra CPU e DRAM in generale peggiora in qualche misura l'accesso alla DRAM rispetto al singolo accesso (oltre al tempo di accesso vero e proprio occorre aggiungere il tempo di verifica della condizione di **miss**). Questo peggioramento però è largamente compensato dalla accelerazione che si ottiene nel caso si verifichi una condizione di **hit**.

## 2. Località spaziale e temporale

Il vantaggio in termini di velocità ottenuto usando le cache si basa teoricamente sul principio di località temporale: *una CPU tende a richiedere dati che sono stati usati di recente (valido soprattutto per la memoria dati)*. Se i dati usati di recente vengono mantenuti nella cache allora il tempo per accedere a questi dati (quelli maggiormente usati dalla CPU) sarà notevolmente minore del tempo necessario per recuperare i dati usati raramente presenti nella DRAM.

Attraverso cache organizzate a blocchi e trasferimenti paralleli tra DRAM e cache è possibile migliorare le prestazioni del sistema sfruttando il principio di località spaziale: *una CPU tende a richiedere dati vicini a quelli usati di recente (valido soprattutto per la memoria istruzioni)*. Nel caso si verifichi una condizione di **miss** invece di caricare un singolo dato nella cache viene caricato un blocco di più dati spazialmente vicini, ad esempio la parola richiesta e le 3 parole successive (organizzando opportunamente l'architettura delle DRAM e delle linee di comunicazione con la cache è possibile trasferire un blocco di dati in un tempo paragonabile a quello necessario per trasferire una

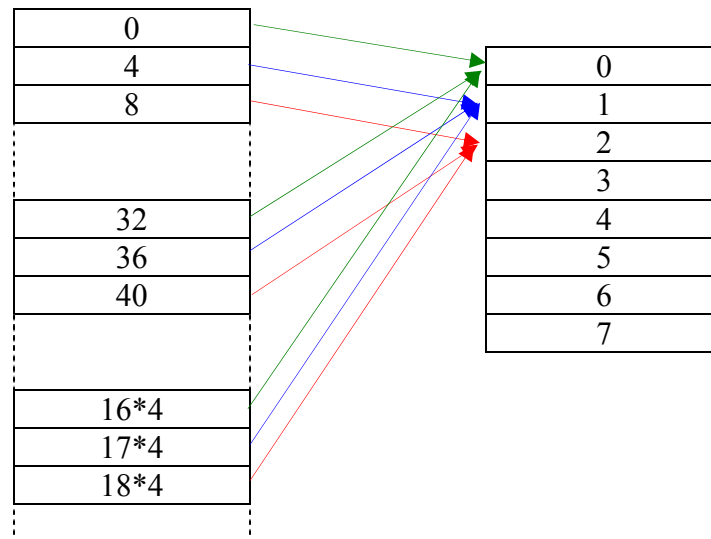
sola parola). I successivi accessi alla cache avranno in questo caso più probabilità di trovare il dato richiesto aumentando così la frequenza di **hit**.

### 3. Cache a corrispondenza diretta

Supponiamo, irrealisticamente, di avere una cache di  $2^3$  parole. Lo spazio di indirizzamento del MIPS permette di indirizzare teoricamente  $2^{30}$  parole. Occorre un metodo per decidere dove mettere di volta in volta nella cache il dato letto dalla DRAM, una regola di corrispondenza. Nelle **cache a corrispondenza diretta** ad ogni parola della memoria corrisponde una ed una sola cella della cache. Se un dato viene trasferito dalla memoria alla cache, la posizione che assume all'interno della cache è fissa e determinata da alcuni bit dell'indirizzo. Nell'esempio considerato, possiamo pensare di "smontare" l'indirizzo in questo modo:

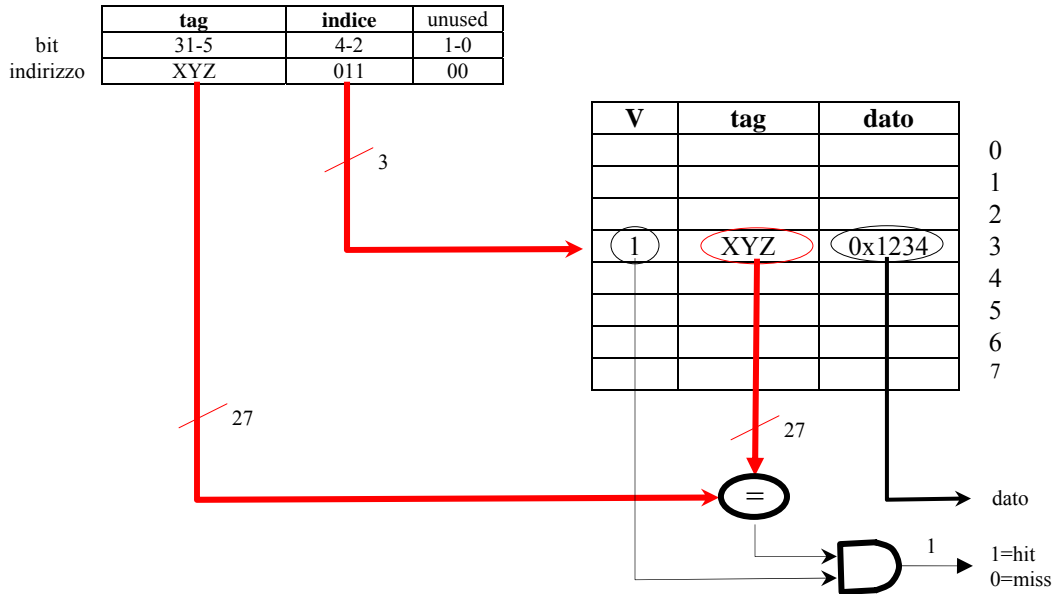
tag:31-5	cache:4-2	xx:1-0
----------	-----------	--------

Poiché i trasferimenti da e verso la memoria avvengono sempre allineati alla word i primi due bit meno significativi 1-0 saranno sempre a 0 e quindi possono essere ignorati. Dei restanti bit utilizziamo i successivi tre 4-2 per indirizzare la cache. In questo modo otteniamo una corrispondenza di questo tipo:



Poiché ad ogni cella della cache corrispondono più celle della DRAM occorre memorizzare insieme al dato anche un identificativo (**tag**) che dica a quale cella DRAM corrisponde il dato. In aggiunta occorre un ulteriore bit (**validate**) per indicare se il dato a cui si riferisce il tag presente in cache è valido (è stato letto effettivamente dalla DRAM) oppure va ricaricato.

La cache a corrispondenza diretta dell'esempio sarà quindi organizzata come segue:



Supponiamo che la CPU debba eseguire i seguenti accessi alla memoria: **0,4,0,16**. Supponiamo che la cache sia ancora inutilizzata. La situazione della cache nello stato iniziale sarà:

V	tag	dato
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0

Al primo accesso la CPU richiede il dato all'indirizzo:

$$0 = 0x00000000 = \underline{0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 00\ 000\ 00}_2$$

a cui corrisponde l'indice di selezione  $000_2$  ed il tag  $00000000000000000000000000000000_2$ . La cache seleziona la riga 0 della cache, estrae il tag memorizzato e lo confronta con il tag dell'indirizzo. In questo caso i tag coincidono ma il dato non è valido a causa del bit di validate a 0 (condizione di **miss**: il dato non è presente in cache). Occorre ricaricare dalla memoria il dato richiesto (supponiamo che valga 0x1111). Il bit di *validate* corrispondente viene settato ad 1:

V	tag	dato
1	0	0x1111
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0

Al secondo accesso la CPU richiede il dato all'indirizzo:

$$4 = 0x00000004 = \underline{00000\ 00000\ 00000\ 00000\ 00000\ 00\ 001\ 00}_2$$

a cui corrisponde l'indice di selezione  $001_2$  ed il tag  $00000000000000000000000000000000_2$ .  
 Come nel caso precedente i tag coincidono ma il dato non è valido a causa del bit di validate a 0. Occorre ricaricare dalla memoria il dato richiesto (supponiamo che valga  $0x2222$ ).

V	tag	dato	
1	0	0x1111	0
1	0	0x2222	1
0	0	0	2
0	0	0	3
0	0	0	4
0	0	0	5
0	0	0	6
0	0	0	7

Al terzo accesso la CPU richiede il dato all'indirizzo  $0$ : id=0, tag=0. La cache seleziona la riga 0 e confronta i tag che coincidono. Il bit di validate è a 1: il dato è valido (condizione di **hit**: il dato è presente in cache).

Al quarto accesso la CPU richiede il dato all'indirizzo 16:

$$16 = 0x00000020 = \underline{00000\ 00000\ 00000\ 00000\ 00000\ 01\ 000\ 00}_2$$

id=0, tag=1.

La cache seleziona la riga 0 e confronta il tag dell'indirizzo con il tag contenuto nella cache e verifica che differiscono ( $0 \neq 1$ ). Il bit di validate è a 1. Il dato è valido ma si riferisce ad un'altra zona di memoria (**miss**). Occorre ricaricare il dato richiesto (supponiamo che valga  $0x3333$ ).

V	tag	dato	
1	1	0x3333	0
1	0	0x2222	1
0	0	0	2
0	0	0	3
0	0	0	4
0	0	0	5
0	0	0	6
0	0	0	7

In totale si sono verificati 1 hit e 3 miss. Supponendo il tempo di hit pari a 2ns ed il tempo di miss pari a 60ns, otteniamo il tempo totale di accesso:

$$1 \times 2ns + 3 \times 62ns = 188ns$$

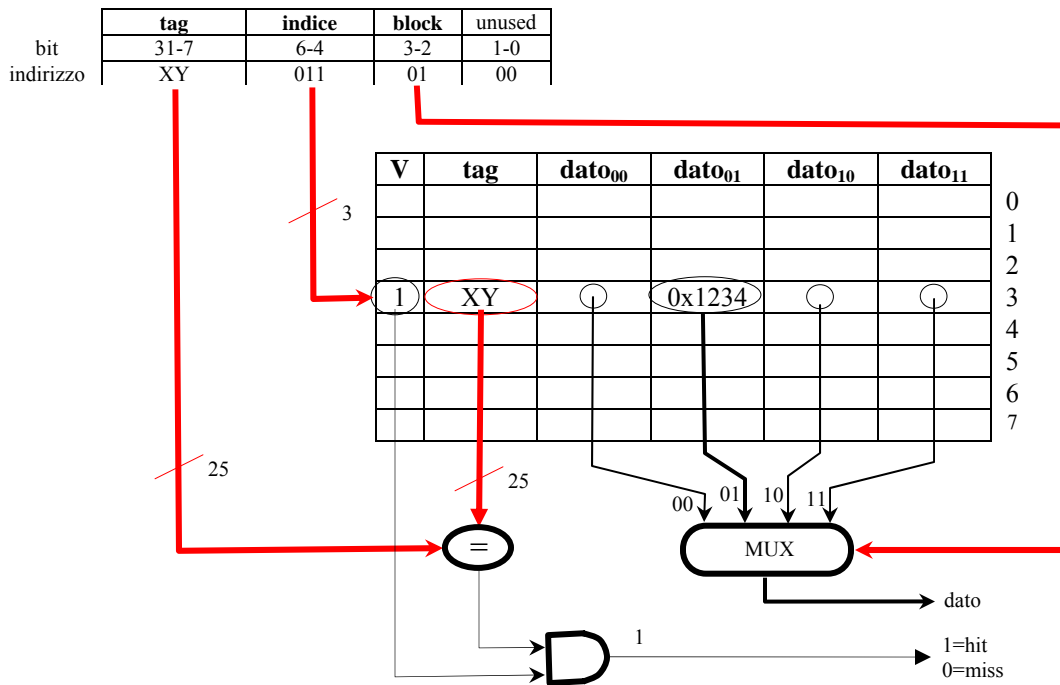
#### 4. Coerenza dei dati tra memoria e cache: write-back e write-through

Le scritture di dati verso la memoria sollevano il problema della coerenza tra il contenuto della cache ed il contenuto della memoria stessa. Il metodo più semplice consiste nello scrivere il dato immediatamente anche nella memoria DRAM parallelamente all'aggiornamento della cache (**write-through**). In questo modo però tutte le operazioni di scrittura richiedono un tempo paragonabile ad un **miss**. Un metodo più efficiente

consiste nell'aggiornare la sola cache e nel ritardare la riscrittura del dato nella memoria DRAM solo al momento in cui il dato viene sostituito nella cache da un altro più recente (**write-back**). In questo modo tutte le operazioni di scrittura avranno tempo paragonabile ad un **hit** eccetto l'operazione di riscrittura nella memoria DRAM che peserà come una **miss**. Un ulteriore miglioramento può essere ottenuto aggiungendo un buffer che accoda le richieste di scrittura e le esegue quando la memoria non è occupata dalle operazioni di lettura (**buffer di scrittura**). Se il buffer è sufficientemente grande e le richieste di scrittura non sono troppe allora le operazioni di scrittura avverranno in tempi morti senza rallentare i tempi di accessi (ogni operazione di scrittura avrà un tempo paragonabile ad una **hit**).

### 5. Cache organizzate a blocchi

E' possibile sfruttare il principio di località spaziale usando cache il cui i dati sono indirizzabili a blocchi. Consideriamo il seguente schema di una cache di capacità pari a 32 parole organizzate in blocchi di 4 parole:



In questo esempio ogni riga indirizzabile nella cache contiene un blocco di quattro parole successive. La cache scompone l'indirizzo in tre parti: una (**indice**) usata per indirizzare la riga, una (**tag**) usata per riconoscere se il blocco selezionato è quello richiesto ed una terza (**offset**) che estrae dal blocco selezionato la parola opportuna tramite un multiplexer. Quando il tag associato ad una selezione non coincide con quello dell'indirizzo allora è necessario ricaricare l'intero blocco dalla DRAM (**miss**). Quando al contrario il tag coincide e il bit di *validate* è uguale ad 1 allora il dato selezionato dal multiplexer presente in uscita è valido (**hit**).

Una cache a corrispondenza diretta organizzata a blocchi riduce la frequenza delle **miss**. Ogni volta che un dato è caricato nella cache, vengono caricati anche i dati vicini del

blocco di appartenenza. In pratica viene anticipato il caricamento di dati che, per il principio di località spaziale, è probabile vengano usati a breve.

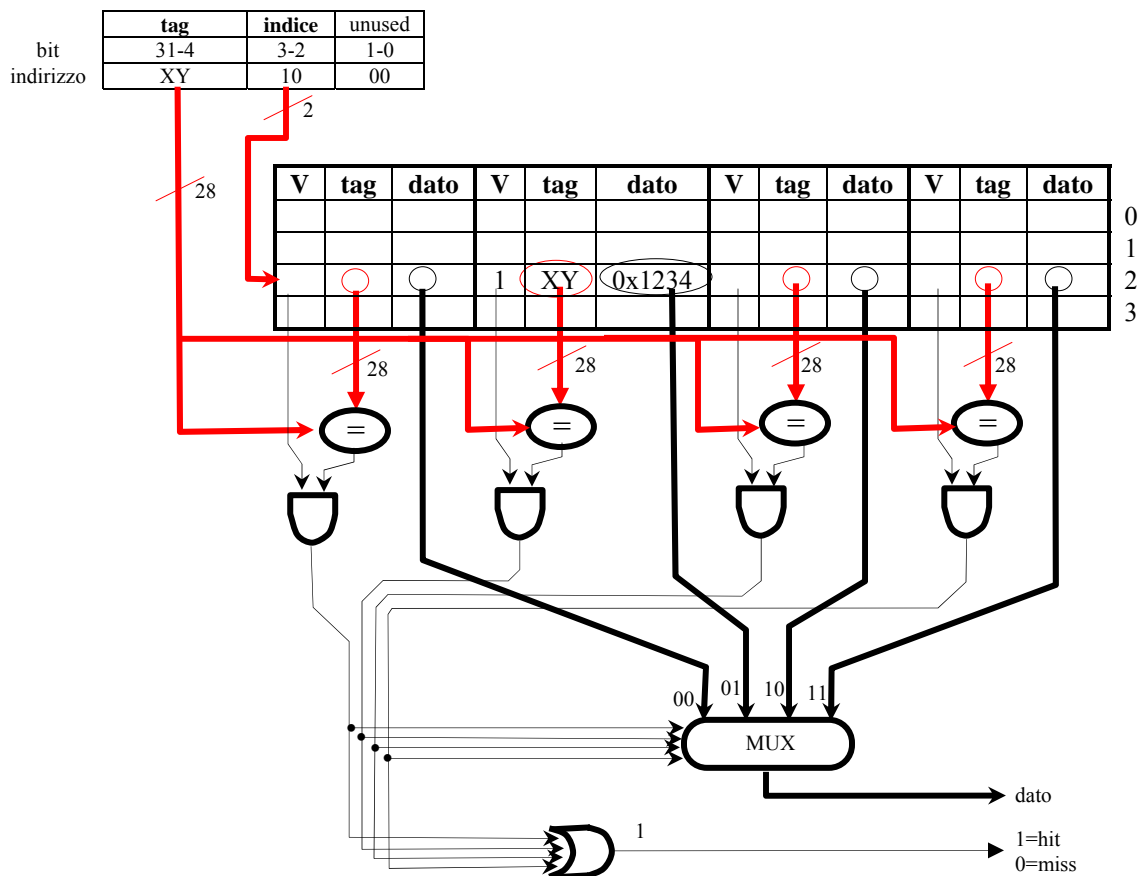
Allo stesso tempo però il tempo richiesto per la lettura e la riscrittura di un intero blocco sarà in generale più lungo di quello necessario per una singola parola.

Ne segue che la larghezza del blocco non può essere presa ampia a piacere: ad un certo punto l'incremento delle prestazioni dovuto alla diminuzione dei **miss** è annullato dal costo del trasferimento dei dati quando si verifica un **miss**.

## 6. Cache set-associative

Se ipotizziamo di poter memorizzare più di un dato per ogni indice di cache possibile otteniamo una **cache set-associativa**. Se consideriamo l'esempio iniziale della cache ad 8 parole e supponiamo che gli accessi siano **0,8,16,24,32,..** (si pensi ad esempio a una matrice 8x8 memorizzata per righe e letta per colonne). Possiamo notare che ogni indirizzo in questo esempio corrisponde alla cella **0** della cache data, cioè ogni accesso genera una **miss**. In una cache set-associativa ad un identico indice possono corrispondere **n** dati (**cache set-associative a n vie**), ognuno con il proprio tag ed il proprio bit di validate.

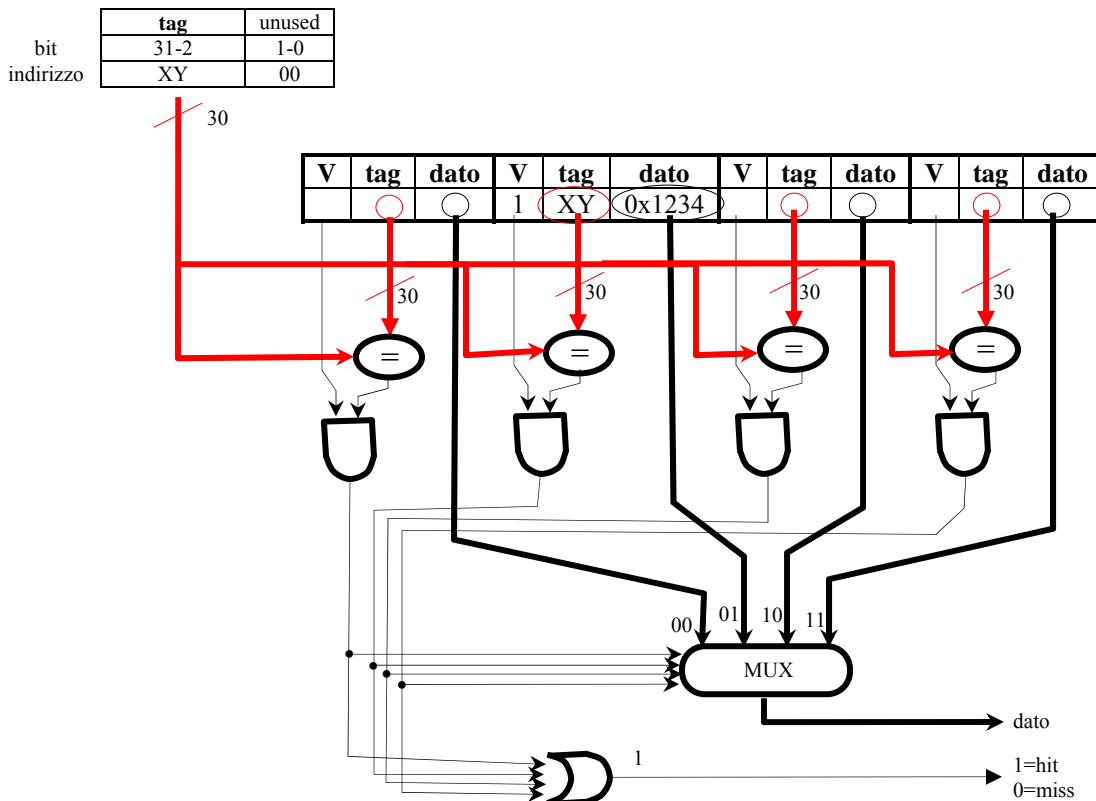
Esaminiamo questo schema:



L'indirizzo di memoria viene diviso in due parti: l'**indice** di selezione che viene usato per selezionare il blocco di cellette da controllare ed il **tag** che indica quale dato si vuole leggere. Ogni tag presente nel set viene confrontato con quello di interesse. nel caso di cache a n vie quindi vengono confrontati contemporaneamente n tag. Se il tag è presente e valido allora abbiamo un hit, altrimenti il dato deve essere ricaricato dalla memoria e sistemato in una delle n posizioni possibili all'interno del set. Poiché ogni cella, dopo un transitorio iniziale, è occupata, occorre un algoritmo per selezionare la cella da sostituire. Un metodo efficiente ma difficile da realizzare sarebbe eliminare la cella che viene usata meno di frequente. Un metodo relativamente semplice consiste nell'eliminare la cella che non è stata visitata da più tempo (e quindi che si sospetta sia usata raramente). La gestione del tempo di accesso ad un particolare dato (aging) comunque richiede bit di memoria aggiuntiva alla stessa stregua del bit di validate che va eventualmente calcolato nel computo della dimensione reale della cache.

## 7. Cache full-associative

Se i set possibili si restringono a solo uno otteniamo una **cache totalmente associativa** (full-associativa):



Tutto l'indirizzo (esclusi i due bit della word) viene usato come **tag**.

Le cache totalmente associative risultano più efficienti poiché consentono una più uniforme utilizzazione delle singole celle. Queste verranno utilizzate tutte più o meno

allo stesso modo. Per contro la realizzazione fisica di un comparatore per ogni cella risulta per grandi dimensioni costosa e difficile.

La scrittura di una cella verso la memoria può essere organizzata come nel caso delle cache a corrispondenza diretta.

Una cache associativa dotata di n comparatori viene detta **cache associativa a n vie** (è possibile pensare le cache a corrispondenza diretta come cache a 1 via e le cache full-associative come cache a n vie dove n è il numero totale di word memorizzabili nella cache).

## 8. Alcuni esercizi

1. Si progetti una cache di 16K a 8 vie per un sistema con indirizzamento al byte di 32bit, bus dati a 32 bit, bus indirizzi a 30bit, e word di 4 byte. In quale cella e con quale tag viene memorizzato il dato all'indirizzo 0x40404040 in memoria? Quanta memoria è necessaria per implementare la cache?

Una cache a 8 vie è una cache in grado di memorizzare 8 blocchi diversi per ogni indice. 16Kbyte corrispondono a  $16/4 \text{ word} = 4\text{K word}$  quindi il numero di *bucket*, di indici diversi, è pari a  $4\text{K}/8 = 512 \text{ bucket}$  pari a 9 bit di indice ( $2^9 = 512$ ).

Il tag risulta quindi pari a  $30 - 2 - 9 = 19 \text{ bit}$  (- 2 bit per la lunghezza della word - 9 bit per l'indirizzamento del bucket). L'indirizzo a 30 bit viene smontato in:

	unused	tag	indice	unused
bit	31-30	29-11	10-2	1-0

L'indirizzo **0x40404040 = 01.00 0000 0100 0000 0100 0.000 0100 00.00<sub>2</sub>** corrisponde all'indice **000 0100 00 = 16** ed al tag = **000 0000 1000 0000 1000 = 2056**.

	2 bit	tag (19 bit)	indice (9 bit)	2bit
<b>0x40404040</b>	<b>01</b>	<b>000 0000 1000 0000 1000</b>	<b>000 0100 00</b>	<b>00</b>

Lo spazio fisicamente necessario per implementare la cache è pari a (non consideriamo i bit di *age* necessari per selezionare la cella da rimuovere in caso di conflitto):

$$19 \text{ bit di tag} + 32 \text{ bit di dato} + 1 \text{ bit di validate} = 52 \text{ bit (+age)}$$

moltiplicati per il numero di bucket:

$$52\text{bit} * 512 \text{ bucket} = 26624 \text{ bit} = 26\text{Kbit (+age)}$$

2. Si progetti una cache di 128 byte a corrispondenza diretta organizzata in blocchi di 4 word con word di 2 byte per un sistema con indirizzamento a byte a 16 bit, bus dati a 64 bit, bus indirizzi a 16 bit. Si consideri il tempo di accesso della cache 2ns ed il tempo di accesso alla DRAM di 60ns. Data la sequenza di accessi



0,2,8,10,5,32 dire quanto vale il tempo di accesso totale nell'ipotesi che i bit di validate siano tutti a 0.

128 byte corrispondono a  $128/2 = 64$  word. Ogni blocco richiede 4 word quindi si possono memorizzare  $64/4 = 16$  blocchi indirizzabili con 4 bit ( $2^4 = 16$ ). Il tag quindi risulta di:

16 bit di indirizzo – 1 bit di allineamento – 4 bit dell'indice – 2 bit di blocco = 9 bit  
Segue che l'indirizzo viene così smontato:

	<b>tag (9 bit)</b>	<b>indice (4 bit)</b>	<b>blocco (2 bit)</b>	unused
<b>bit</b>	<b>15-7</b>	<b>6-3</b>	<b>2-1</b>	<b>0</b>

Lo spazio occorrente per implementare questa cache è quindi:

$(9 \text{ bit di tag} + 1 \text{ bit di validate} + 64 \text{ bit di blocco}) * 16 \text{ blocchi} = 1184 \text{ bit}$

L'accesso a **0 (00000000-0000-00-0)** genera un **miss** perchè la cache è totalmente vuota. il blocco corrispondente con **tag=0** e **indice=0** viene caricato dalla memoria in un solo accesso (64 bit di bus dati).

L'accesso a **2 (00000000-0000-01-0)** corrisponde allo stesso blocco, **indice=0** quindi abbiamo un **hit**.

L'accesso a **8 (00000000-0001-00-0)** corrisponde al **tag=0, indice=1** che non è ancora stato letto quindi è un **miss**.

L'accesso a **10 (00000000-0001-01-0)** corrisponde a **tag=0, indice=1**; in questo caso è un **hit**.

L'accesso a **5 (00000000-0000-10-1)** corrisponde a **tag=0, indice=0**; in questo caso è un **hit** (da notare che questo indirizzamento non è allineato alla word).

L'accesso a **32 (00000000-0100-00-0)** corrisponde a **tag=0, indice=4**, non ancora presente in cache quindi **miss**.

In totale abbiamo tre **hit** e tre **miss**. Ne segue che il tempo totale di accesso è:

$$3*2ns + 3 * (2ns+60ns) = 192ns \quad (\text{in media } 192ns/6 = 32ns)$$

Se il bus dati fosse stato a 16 bit sarebbero occorsi 4 accessi per ogni miss quindi:

$$3*2ns + 3 * (2ns+4*60ns) = 252ns \quad (\text{in media } 252ns/6 = 42ns)$$