Sommatori e Moltiplicatori

Prof. Alberto Borghese
Dipartimento di Scienze dell'Informazione
borghese@dsi.unimi.it

Università degli Studi di Milano

Sommario

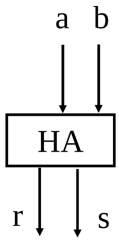
Sommatori

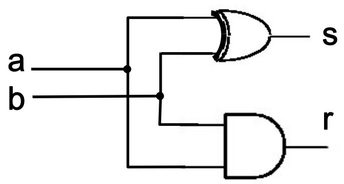
Moltiplicatori

(Half) Adder ad 1 bit

Tabella della verità della somma:

a b	somma	riporto
0 0	0	0
0 1	1	0
1 0	1	0
1 1	0	1





$s = a \oplus b$
$r = ab$

La somma è diventata un'operazione logica!

Cammini critici: s - 1; r - 1

Full Adder ad 1 bit

Tabella della verità della somma completa:

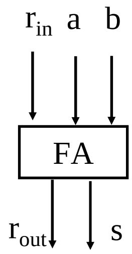
a b r_{in}	somma	riporto
0 0 0	0	0
0 1 0	1	0
1 0 0	1	0
1 1 0	0	1
0 0 1	1	0
0 1 1	0	1
1 0 1	0	1
1 1 1	1	1

$s = m_1 + m_2 + m_4 + m_7$
$r = m_3 + m_5 + m_6 + m_7$

$s = \bar{a}\, b\, \bar{r}_{in} + a\, \bar{b}\, \bar{r}_{in} + \bar{a}\, \bar{b}\, r_{in} + a\, b\, r_{in} =$

$= (a \oplus b)\, \bar{r}_{in} + (\bar{a}\bar{b} + ab)\, r_{in} =$

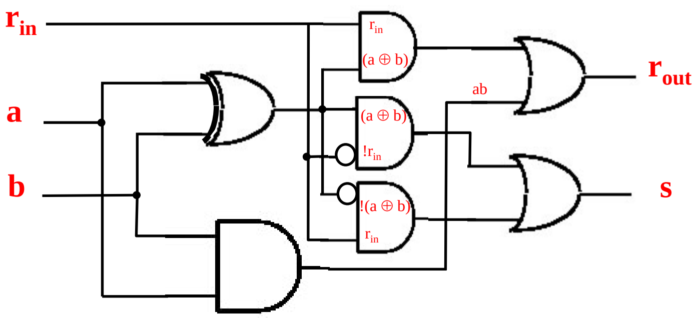
$= (a \oplus b)\, \bar{r}_{in} + \overline{(a \oplus b)}\, r_{in}$



$r_{out} = a\, b\, \bar{r}_{in} + \bar{a}\, b\, r_{in} + a\, \bar{b}\, r_{in} + a\, b\, r_{in} = ab + (a \oplus b)\, r_{in}$

Implementazione circuitale

$s = (a \oplus b)\,\overline{r_{in}} + \overline{(a \oplus b)}\,r_{in}$
$r_{out} = ab + (a \oplus b)\,r_{in}$

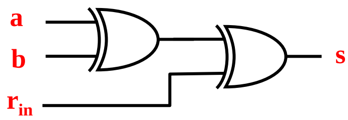


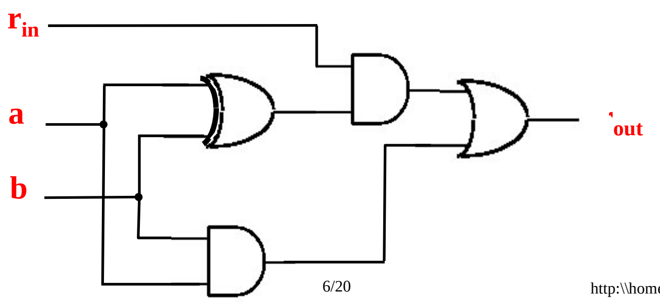
7 porte logiche.
Cammini critici: s – 3; r_{out} - 3

Semplificazione circuitale

$$s = (a \oplus b)\overline{r_{in}} + \overline{(a \oplus b)}r_{in} = (a \oplus b) \oplus r_{in}$$
$$r_{out} = ab + (a \oplus b)r_{in}$$

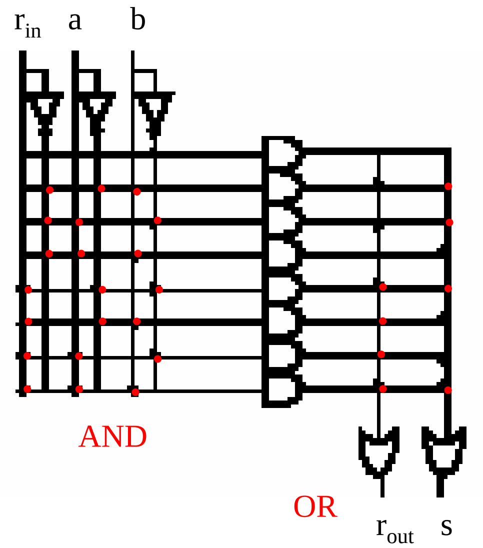
5 porte logiche.
Cammini critici: s – 2; r_{out} - 3





Implementazione mediante PLA

a b	r_{in}	somma	r_{out}
0 0	0	0	0
0 1	0	1	0
1 0	0	1	0
1 1	0	0	1
0 0	1	1	0
0 1	1	0	1
1 0	1	0	1
1 1	1	1	1

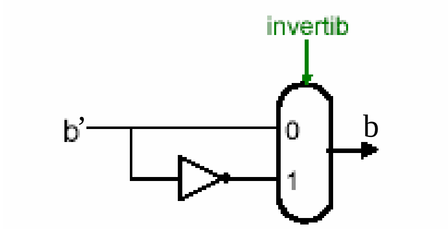


SOP: costruisco i mintermini e li sommo.

Sottrazione

In complemento a 2 diventa un'addizione: $a - b = a + !b + 1$

Serve:
a) un inverter (NOT).
b) la costante 1 da collegare al riporto in ingresso (occorre utilizzare un full adder).



Iff invertib
b = !b'

Sommario

Addizionatori

Moltiplicatori.

Moltiplicazione binaria

Moltiplicando → 1 1 0 1 1 x

Moltiplicatore → 1 1 1 =

```
      1 1 0 1 1 x    27_10
          1 1 1 =     7_10
  ------------------------
1 1 1 1 1 1
        1 1 0 1 1 +
      1 1 0 1 1 –
    1 1 0 1 1 - -
------------------------
1 0 1 1 1 1 0 1    189_10
```

```
----------------------
    1 1 1 1 1
        1 1 0 1 1 +
      1 1 0 1 1 -
----------------------
  1
    1 0 1 0 0 0 1 +
    1 1 0 1 1 - -
----------------------
```

Prodotto → 1 0 1 1 1 1 0 1

La moltiplicazione binaria

Possiamo vederla come:

Un primo stadio in cui si mette in AND ciascun bit del moltiplicatore con il moltiplicando.

Un secondo stadio in cui si effettuano le somme (full adder) dei bit sulle righe contenenti i prodotti parziali.

Moltiplicazione binaria (su 4 bit)

Moltiplicando → 1 1 0 1 1 x

Moltiplicatore → 1 1 1 =

```
    1 0 1 1 x     11_10
      1 1 1 =      7_10
------------------------
1 1 1 1 1
      1 0 1 1 +   11+
    1 0 1 1 –     22+
  1 0 1 1 - -     44+
------------------------
1 0 0 1 1 0 1     77_10
```

```
----------------------
   1 1 1 1
        1 0 1 1 +    11+
      1 0 1 1 -      22=
----------------------
1
    1 0 0 0 0 1 +    33+
    1 0 1 1 - -      44=
----------------------
```

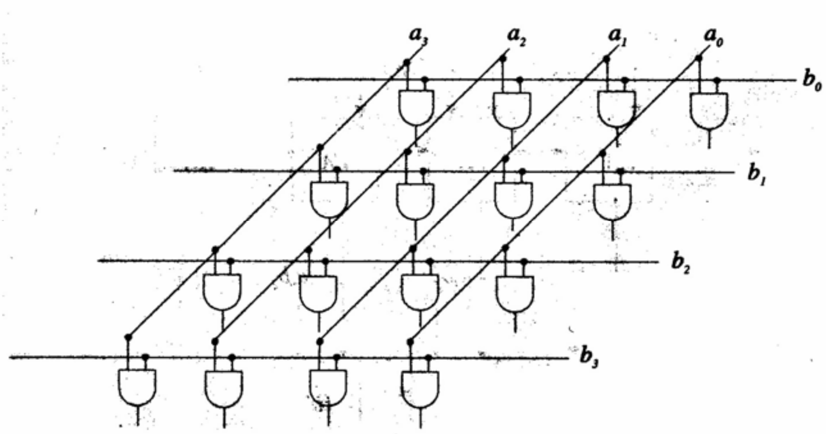
Prodotto → 1 0 0 1 1 0 1   77

La matrice dei prodotti parziali

			a_3	a_2	a_1	a_0	
			$a_3 b_0$	$a_2 b_0$	$a_1 b_0$	$a_0 b_0$	b_0
		$a_3 b_1$	$a_2 b_1$	$a_1 b_1$	$a_0 b_1$		b_1
	$a_3 b_2$	$a_2 b_2$	$a_1 b_2$	$a_0 b_2$			b_2
$a_3 b_3$	$a_2 b_3$	$a_1 b_3$	$a_0 b_3$				b_3

In binario i prodotti parziali sono degli AND.

Il circuito che effettua i prodotti

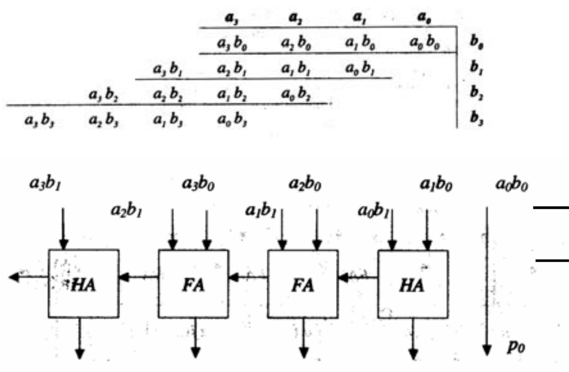


La matrice dei prodotti parziali

			a_3	a_2	a_1	a_0	
			$a_3 b_0$	$a_2 b_0$	$a_1 b_0$	$a_0 b_0$	b_0
		$a_3 b_1$	$a_2 b_1$	$a_1 b_1$	$a_0 b_1$		b_1
	$a_3 b_2$	$a_2 b_2$	$a_1 b_2$	$a_0 b_2$			b_2
$a_3 b_3$	$a_2 b_3$	$a_1 b_3$	$a_0 b_3$				b_3

In binario i prodotti parziali sono degli AND.

Somma delle prime 2 righe dei prodotti parziali



1 1 0 1 1 x
1 1 1 =
----
1 1 1 1 1
1 1 0 1 1 +
1 1 0 1 1 -

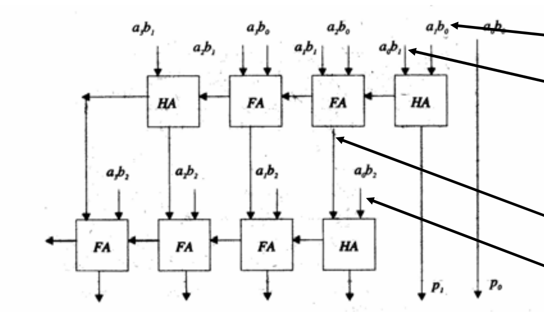
1
1 0 1 0 0 0 1 +
1 1 0 1 1 - -
----
1 0 1 1 1 1 0 1

Somma dei primi 2 prodotti parziali:
Aggiunge il terzo prodotto parziale:

HA e FA non sono equivalenti
per i diversi cammini critici.

Somma della terza riga

I primi due prodotti parziali sono sommati dalla prima batteria di sommatori.
Ogni altro prodotto parziale è sommato da un'ulteriore batteria di sommatori.

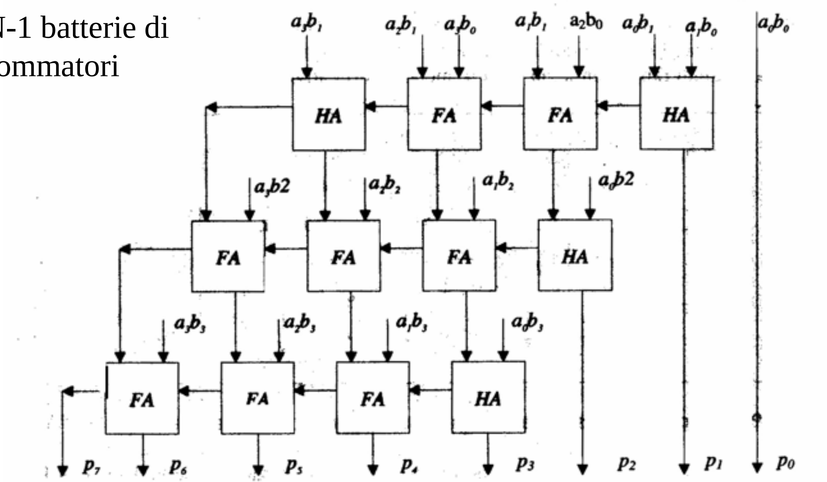


1 1 0 1 1 x
1 1 1 =
----
1 1 1 1 1
1 1 0 1 1 +
1 1 0 1 1 -

1
1 0 1 0 0 0 1 +
1 1 0 1 1 - -
----
1 0 1 1 1 1 0 1

Circuito completo della somma dei prodotti parziali

N-1 batterie di sommatori



Problema: overflow: A e B su 32 bit => P su 64 bit.

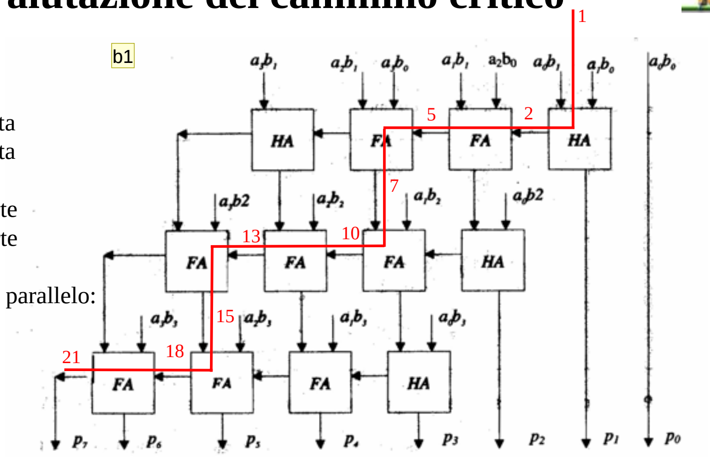
Valutazione del cammino critico

Cammini critici:

Half Adder:
- Somma – 1 porta
- Riporto – 1 porta

Full Adder:
- Somma - 2 porte
- Riporto - 3 porte

Gli AND operano in parallelo: ritardo 1.



21 20 17 14 10 5 2 1

Cammino critico: 19

Sommario

Sommatori

Moltiplicatori

Diapositiva 19

b1 borghese; 14/03/2005

b2 prova lalfafdafdakmn adf
borghese; 14/03/2005