



La ALU

Prof. Alberto Borghese
Dipartimento di Scienze dell'Informazione
borgnese@dsi.unimi.it

Università degli Studi di Milano



Sommario

Funzione della ALU.

ALU su 1 bit: operazioni logiche + somma.

ALU su 32 bit ed implementazione di sottrazione, confronto e test di uguaglianza.



Funzione della ALU



E' integrata nel processore, all'inizio degli anni 90 è stata rivoluzionaria la sua introduzione con il nome di co-processore matematico.

Esegue le operazioni aritmetico-logiche.

E' costituita da circuiti combinatori. Utilizza i blocchi di base già visti.

Opera su parole (MIPS 32 bit).

Le ALU non compaiono solamente nei micro-processori.



Problematiche di progetto



- Velocità (Riporto).
- Costo.
- Precisione.
- Affidabilità
- Consumo.



Sommario



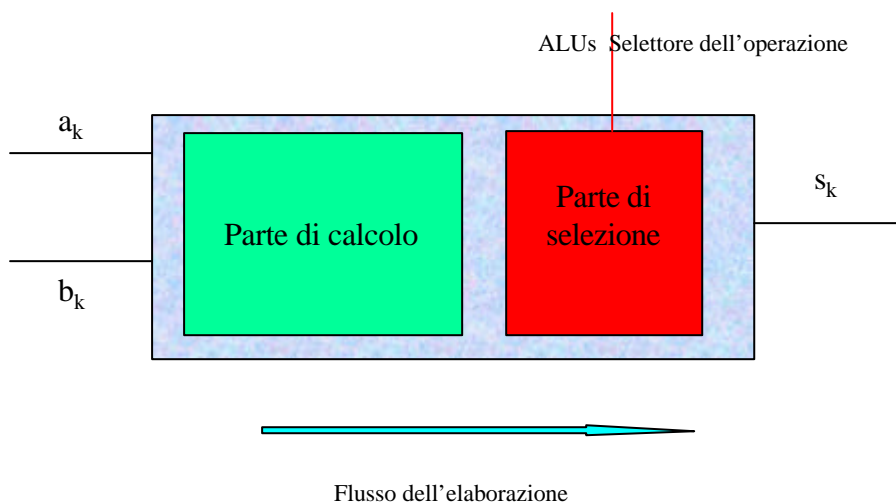
Funzione della ALU.

ALU su 1 bit: operazioni logiche + somma.

ALU su 32 bit ed implementazione di sottrazione, confronto e test di uguaglianza.



Struttura a 2 livelli di una ALU

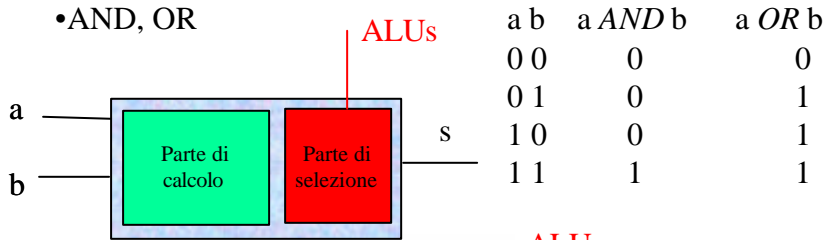




Progettazione della ALU

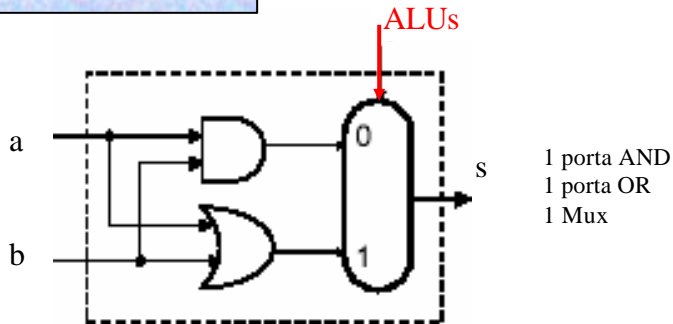


•AND, OR



ALUs = 0
s = AND(a,b)

ALUs = 1
s = OR(a,b)

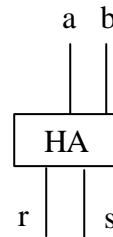


(Half) Adder ad 1 bit

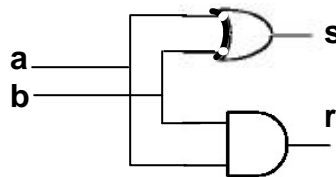


Tabella della verità della somma:

a	b	somma	riporto
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1



$s = a \oplus b$
 $r = ab$



La somma è diventata un'operazione logica!



Full Adder ad 1 bit



Tabella della verità della somma completa:

a	b	r _{in}	somma	riporto
0	0	0	0	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	1

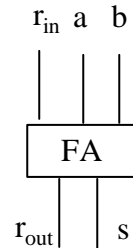
$$s = m_1 + m_2 + m_4 + m_7$$

$$r = m_3 + m_5 + m_6 + m_7$$

$$s = \overline{a} \overline{b} r_{in} + a \overline{b} r_{in} + a \overline{b} r_{in} + a b r_{in} =$$

$$= (a \oplus b) \overline{r_{in}} + (ab + ab) r_{in} =$$

$$= (a \oplus b) \overline{r_{in}} + (a \oplus b) r_{in}$$



$$r_{out} = a b r_{in} + a \overline{b} r_{in} + a \overline{b} r_{in} + a b r_{in} = ab + (a \oplus b) r_{in}$$

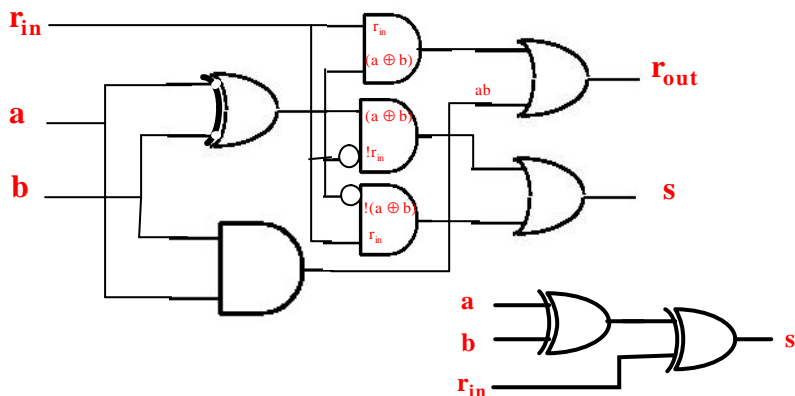


Implementazione circuitale



$$s = (a \oplus b) \overline{r_{in}} + \overline{(a \oplus b)} r_{in} = (a \oplus b) \oplus r_{in}$$

$$r_{out} = ab + (a \oplus b) r_{in}$$

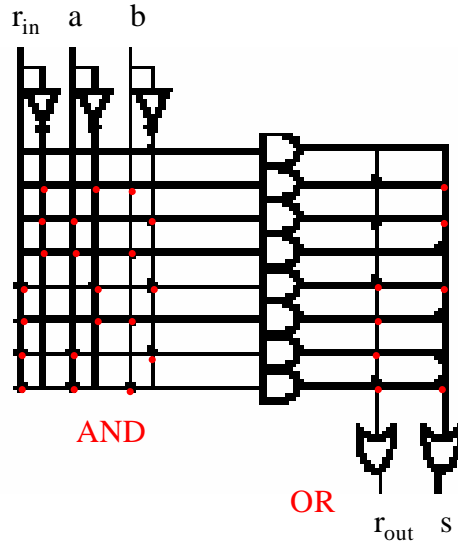




Implementazione mediante PLA



a	b	r_{in}	somma	r_{out}
0	0	0	0	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	1



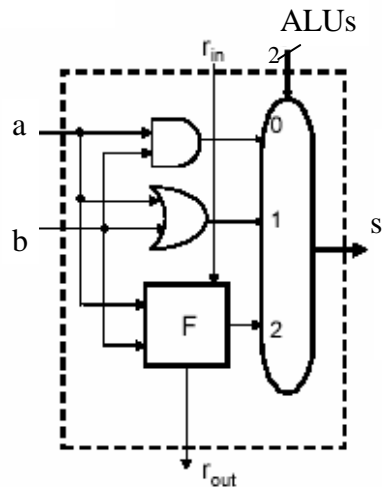
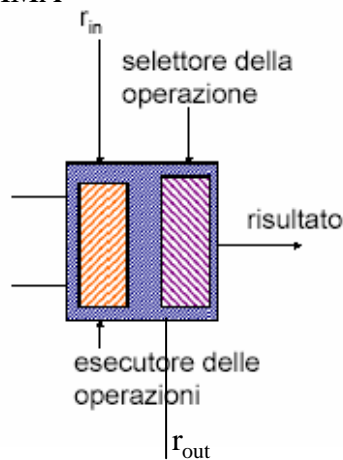
SOP: costruisco i mintermini e li sommo.



La nuova struttura della ALU



- AND
- OR
- SOMMA





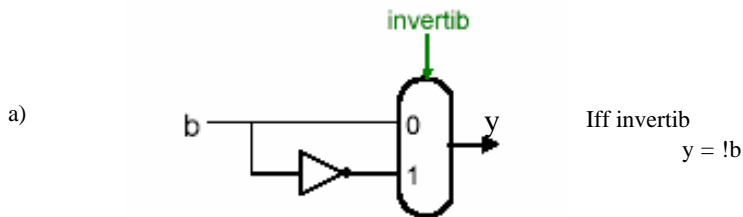
Sottrazione



In complemento a 2 diventa un'addizione: $a - b = a + !b + 1$

Serve:

- a) un inverter (NOT).
- b) la costante 1



- b) Da dove prendo la costante 1?



Sommario



Funzione della ALU.

ALU su 1 bit: operazioni logiche + somma.

ALU su 32 bit ed implementazione di sottrazione, confronto e test di uguaglianza.



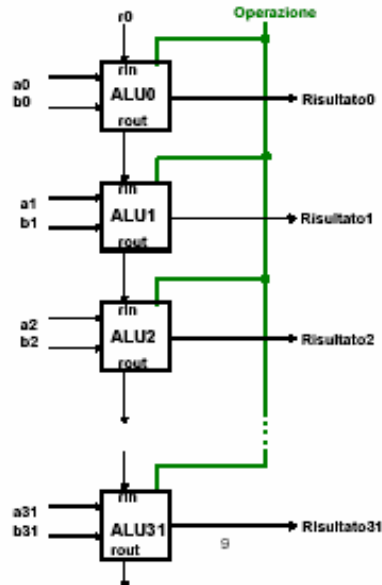
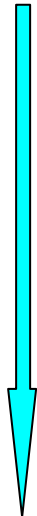
ALU a 32 bit



Come collegare le ALU ad 1 bit?

Flusso di calcolo

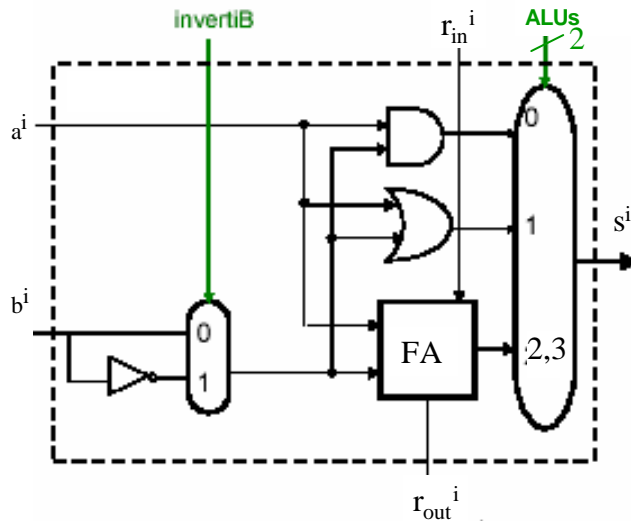
Perchè non si può parallelizzare?



Sottrazione - ALU_i



- AND
- OR
- SOMMA
- SOTTRAZIONE



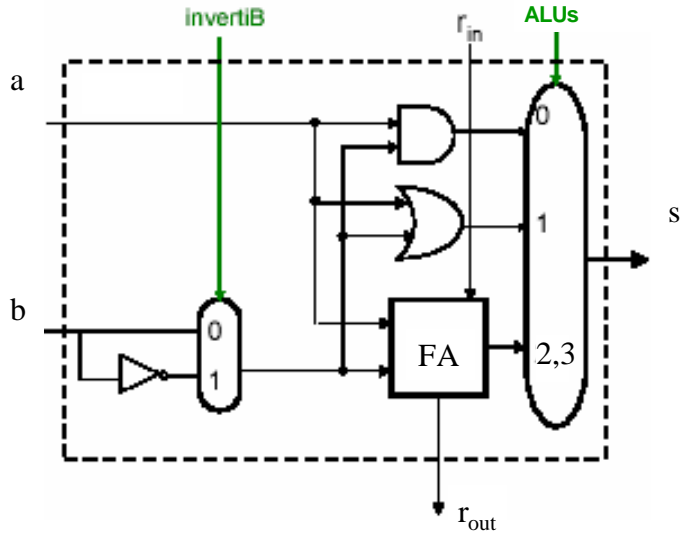
$$r_{in}(i) = r_{out}(i-1) \quad i = 1, 2, 3, \dots, 31$$

$$\text{InvertiB} = 1$$

$i \neq 0$
 sse ALUs = sottrazione



Sottrazione - ALU₀



$$r_{in}(0) = \text{InvertiB} = 1$$

sse ALUs = sottrazione



Sottrazione: ALU a 32 bit

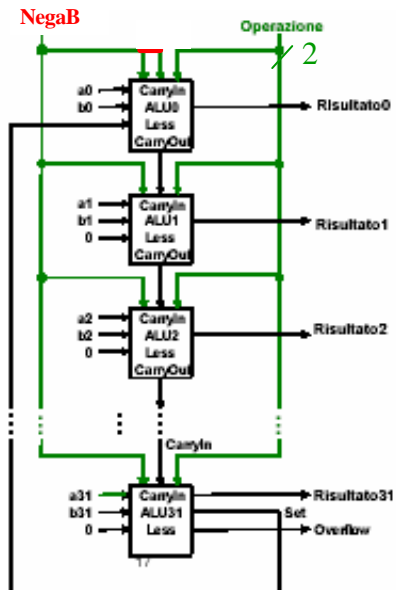


$$r_{in}(0) = \text{InvertiB} = 1$$

sse ALUs = sottrazione

InvertiB e r_0 sono lo stesso segnale, si può ancora ottimizzare.

- AND
- OR
- SOMMA
- SOTTRAZIONE





Confronto



Fondamentale per dirigere il flusso di esecuzione (test, cicli....)

```
if a < b then
    s = 1
```

```
if (a - b) < 0 then
    s = 1
```

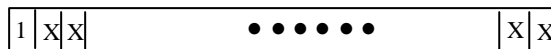


Come sviluppare la comparazione?



```
if (a - b) < 0 then
    s = 1
else
    s = 0
```

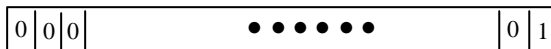
Risultato somma



MSB

LSB

Risultato verso l'esterno



MSB

LSB

Si controlla che il primo bit della somma (bit di segno) sia = 1.

Occorre quindi:

- Impostare una differenza.
 - Inviare l'uscita del sommatore del **MSB** all'input **LESS** di ALU_0 .
- (L'uscita del MSB viene anche chiamata segnale di *set*).



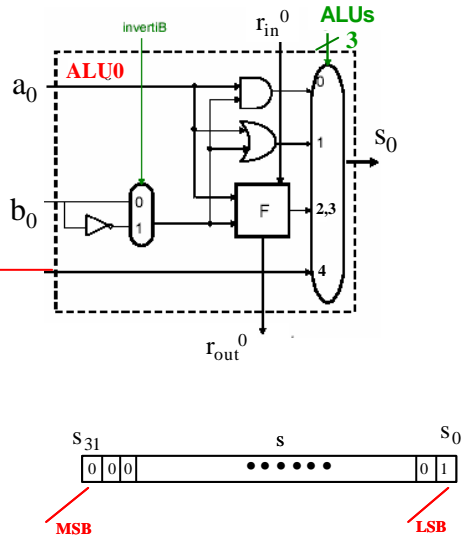
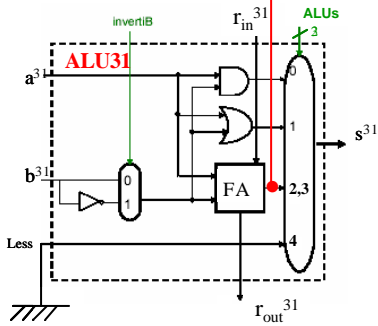
Comparatore - ALU⁰



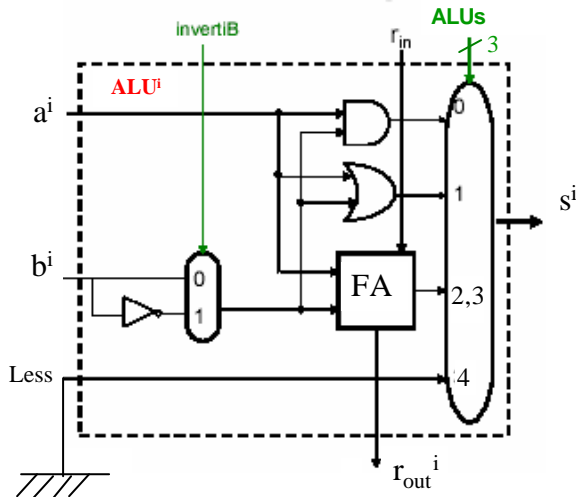
$$\text{invert}B = r_{in}^0 = 1$$

if $(a - b) < 0$ then
 $s = 1$
 else
 $s = 0$

Less(i) = MSB per $i = 0$



Comparatore - ALUⁱ



Less(i) = 0 $i = 1, 2, 3, \dots, 31$ $i \neq 0$



Overflow



Esempio decimale:

$a + b = c$ - codifica su 2 cifre, $a = 19$, $b = 83 \Rightarrow$ Overflow.

$$19 + 83 = (1)02$$

Supponiamo sia definito il bit di segno possiamo riscrivere:

$$019 + 083 = 102.$$

Quindi si ha overflow nella somma quando:

$a + b = s$, $a > 0$, $b > 0$ MSB di a e $b = 0$, MSB di $s = 1$.

$a + b = s$, $a < 0$, $b < 0$ MSB di a e $b = 1$, MSB di $s = 0$.

Si può avere overflow con la differenza?

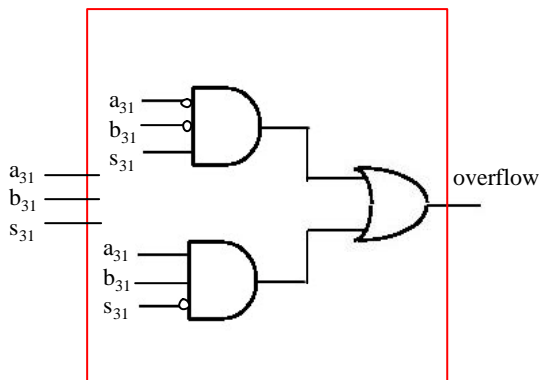


Circuito di riconoscimento dell'overflow



Lavora sui MSB

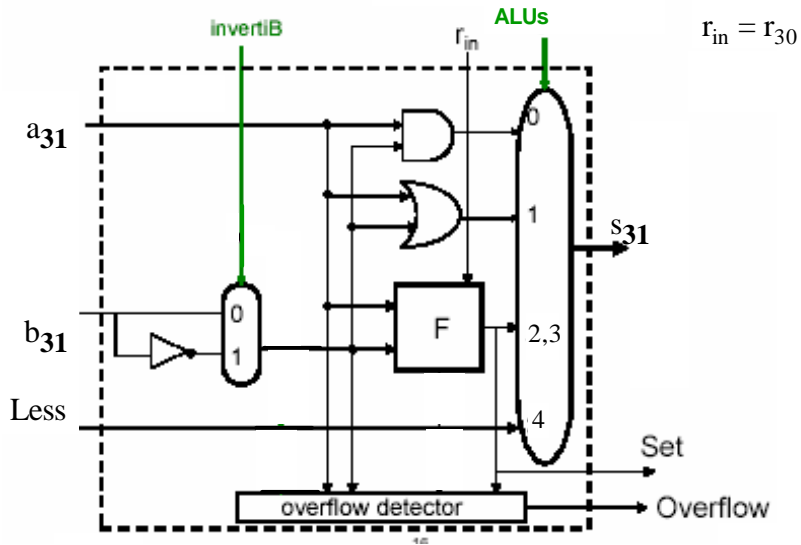
a_{31}	b_{31}	s_{31}	overflow
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0



Overflow detector



ALU₃₁



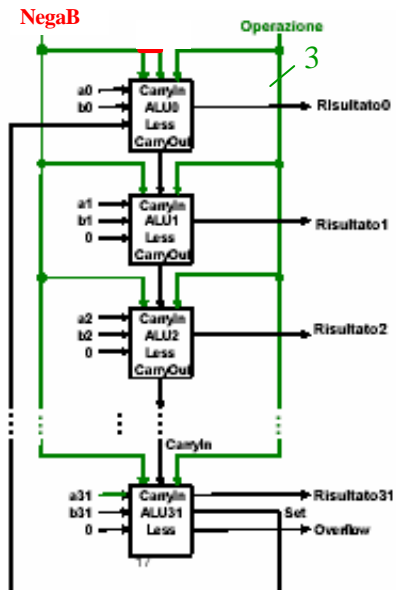
Comparazione - ALU completa a 32 bit



$r_{in}(0) = InvertiB = 1$
 sse ALUs = sottrazione

$InvertiB$ e r_0 sono lo stesso segnale, si può ancora ottimizzare.

- AND
- OR
- SOMMA
- SOTTRAZIONE
- COMPARAZIONE





Operazione di uguaglianza



beq rs, rt label

iff $(rs - rt) = 0$, salta.

Occorre quindi:

- Impostare una differenza.
- Effettuare l'OR logico di tutti i bit somma.
- L'uscita dell'OR logico = 0 i due numeri sono uguali.

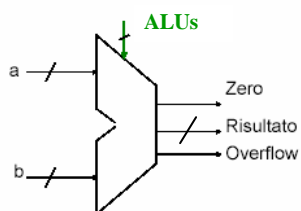


ALU a 32 bit: struttura finale

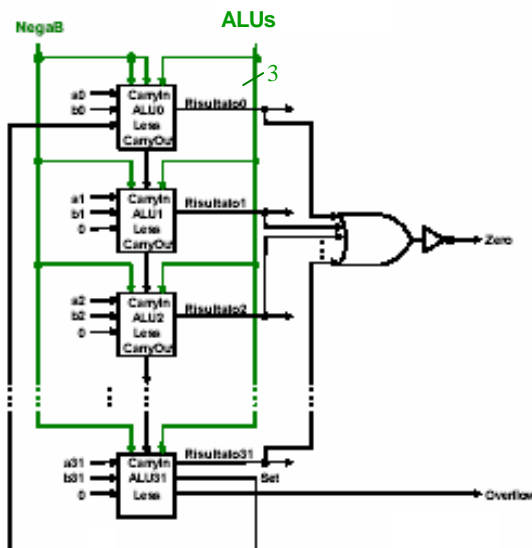


Operazioni possibili:

- AND
- OR
- Somma / Sottrazione
- Comparazione
- Test di uguaglianza



Sono evidenziate solamente le variabili visibili all'esterno.





Sommario



Funzione della ALU.

ALU su 1 bit: operazioni logiche + somma.

ALU su 32 bit ed implementazione di sottrazione, confronto e test di uguaglianza.