



## Macchine a Stati finiti (esercizi)

Prof. Alberto Borghese  
Dipartimento di Informatica  
[alberto.borghese@unimi.it](mailto:alberto.borghese@unimi.it)

Università degli Studi di Milano



## Riconoscitore di stringhe

La macchina analizza una stringa che viene composta inserendo un carattere alla volta alla destra della stringa precedentemente formata.

Quando la parte terminale della stringa contiene i caratteri “ABB”, la macchina invia un segnale di stringa riconosciuta.

La macchina accetta in ingresso un carattere alfabetico alla volta (A-Z + nulla).

La macchina è sincronizzata, ed in ogni periodo di tempo accetta al massimo un carattere in ingresso. Se non riceve nulla, la stringa costruita fino a quel momento rimane la stessa.

Sintetizzare la macchina come macchina di Huffman.



## STT Semantica



| I<br>X        | I                 |             |               |               | Y         |
|---------------|-------------------|-------------|---------------|---------------|-----------|
|               | $\emptyset_c$ (0) | "A" (01)    | "B" (10)      | "Altro" (11)  |           |
| Altro<br>(00) | Altro<br>(00)     | "A"<br>(01) | Altro<br>(00) | Altro<br>(00) | No<br>(0) |
| "A"<br>(01)   | "A"<br>(01)       | "A"<br>(01) | "AB"<br>(10)  | Altro<br>(00) | No<br>(0) |
| "AB"<br>(10)  | "AB"<br>(10)      | "A"<br>(01) | "ABB"<br>(11) | Altro<br>(00) | No<br>(0) |
| "ABB"<br>(11) | Altro<br>(00)     | "A"<br>(01) | Altro<br>(00) | Altro<br>(00) | Si<br>(1) |

$X = \{\text{Altro}, \text{"A"}, \text{"AB"}, \text{"ABA"}\} = \{00, 01, 10, 11\}$        $f(X, I) = ?$   
 $I = \{\emptyset, \text{"A"}, \text{"B"}, \text{"Altro"}\} = \{00, 01, 10, 11\}$        $g(X) = ?$   
 $Y = \{\text{No}, \text{Si}\} = \{0, 1\}$   
 $X_{\text{ini}} = \text{Altro}$



## Funzioni nella macchina di Huffman



$$Y = X_1 X_0$$

$$X_0^{t+1} = !I_0 !I_1 X_0 + I_0 !I_1$$

$$X_1^{t+1} = !I_1 X_1 !X_0 + !I_0 I_1 X_0$$

$$X_0^{t+1} = 1 \text{ in the states "A" and "ABB"}$$

Se stato è "A" e input è "" – NextState = "A"

Se input è "A" – NextState è sempre = "A"

Se stato è "AB" e input è "B"

Dimensione stato: 2

Dimensione dell'input: 2

Dimensione dell'uscita: 1

Dimensione della memoria: 2



## Semaforo Intelligente



Si vuole realizzare una macchina intelligente che controlli il traffico lungo due direttrici: Nord-Sud ed Est-Ovest, attraverso un semaforo.

Si supponga che il semaforo possa essere solamente: verde per la direttrice nord-sud (rosso per la direttrice est-ovest) o rosso per la direttrice nord-sud (verde per la direttrice est-ovest).

Alla macchina che controlla il semaforo è associato un sistema di video-sorveglianza che fornisce in ogni intervallo di tempo le seguenti informazioni: non ci sono auto nelle due direzioni, ci sono solo auto in una delle due direzioni, ci sono auto in entrambe le direzioni.

Il sistema di controllo, non cambia la situazione del semaforo se non passano auto o passano auto solo lungo la direzione in cui il semaforo è verde.

Il sistema di controllo accende il semaforo nella direzione EO (NS) quando passano auto solo in direzione EO (NS).

Quando passano auto in entrambe le direzioni, in un primo periodo di tempo, la macchina che controlla il semaforo non commuta. Se nel periodo di tempo successivo sono presenti auto in entrambe le direzioni, solo allora la macchina che controlla il semaforo commuta.



## STT Semantica



|        |        | I       |         |         |           | Y       |
|--------|--------|---------|---------|---------|-----------|---------|
|        |        | No_Auto | Auto_NS | Auto_EO | Auto_Both |         |
| X      | I      |         |         |         |           |         |
|        | ViaNS  | ViaNS   | ViaNS   | ViaEO   | ViaNS'    | VerdeNS |
|        | ViaNS' | ViaNS   | ViaNS   | ViaEO   | ViaEO     | VerdeNS |
|        | ViaEO  | ViaEO   | ViaNS   | ViaEO   | ViaEO'    | VerdeEO |
| ViaEO' | ViaEO  | ViaNS   | ViaEO   | ViaNS   | VerdeEO   |         |

$$X = \{ \text{ViaNS}, \text{ViaNS}', \text{ViaEO}, \text{ViaEO}' \} = \{00, 01, 10, 11\}$$

$$I = \{ \text{No\_Auto}, \text{AutoNS}, \text{AutoEO}, \text{AutoBoth} \} = \{00, 01, 10, 11\}$$

$$Y = \{ \text{VerdeNS}, \text{VerdeEO} \} = \{0, 1\}$$

$$X_{ini} = \text{ViaNS}$$

$$f(X, I) = ?$$

$$g(X) = ?$$



## Funzioni nella macchina di Huffman



$$Y = X_1$$

$$X_0^{t+1} = I_0 I_1 X_0$$

$$X_1^{t+1} = I_0 I_1 X_1 + I_0 I_1 + I_0 I_1 (X_0 \oplus X_1)$$

Dimensione stato: 2

Dimensione dell'input: 2

Dimensione dell'uscita: 1

Dimensione della memoria: 2



## Sommatore sequenziale



Si vuole realizzare un sommatore controllato da una macchina a stati finiti. Il sommatore somma due numeri su N bit, sommando ad ogni istante una coppia dei bit del numero, da destra a sinistra.

L'uscita, ad ogni istante, rappresenta la somma dei bit presenti all'istante precedente più il riporto all'istante precedente.

Il sistema memorizza ad ogni istante la somma dei bit presenti ed il riporto che va all'istante successivo.



## STT Semantica



| X \ I                | I                    |                      |                      |                      | s   |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-----|
|                      | a=b=0                | a=0, b=1             | a=1, b=0             | a=b=1                |     |
| Somma=0<br>RestoIn=0 | Somma=0<br>RestoIn=0 | Somma=1<br>RestoIn=0 | Somma=1<br>RestoIn=0 | Somma=0<br>RestoIn=1 | s=0 |
| Somma=0<br>RestoIn=1 | Somma=1<br>RestoIn=0 | Somma=0<br>RestoIn=1 | Somma=0<br>RestoIn=1 | Somma=1<br>RestoIn=1 | s=0 |
| Somma=1<br>RestoIn=0 | Somma=0<br>RestoIn=0 | Somma=1<br>RestoIn=0 | Somma=1<br>RestoIn=0 | Somma=0<br>RestoIn=1 | s=1 |
| Somma=1<br>RestoIn=1 | Somma=1<br>RestoIn=0 | Somma=0<br>RestoIn=1 | Somma=0<br>RestoIn=1 | Somma=1<br>RestoIn=1 | s=1 |

$X = \{ \text{Somma}=0/\text{RestoIn}=0, \text{Somma}=1/\text{RestoIn}=0, \text{Somma}=1/\text{RestoIn}=0, \text{Somma}=1/\text{RestoIn}=1 \}$   
 $= \{00, 01, 10, 11\}$   $f(X, I) = ?$

$I = \{ a=b=0, a=1/b=0, a=0/b=1, a=b=1 \} = \{00, 01, 10, 11\}$   $g(X) = ?$

$Y = \{ s=0, s=1 \} = \{0, 1\}$

$X_{ini} = \text{Somma}=0/\text{RestoIn}=0$



## Funzioni nella macchina di Huffman



$$Y = X_1$$

$$X_0^{t+1} = I_0 I_1 + X_0 (I_0 \oplus I_1)$$

$$X_1^{t+1} = X_1 \neg (I_0 \oplus I_1) + X_0 (I_0 \oplus I_1)$$

Dimensione stato: 2

Dimensione dell'input: 2

Dimensione dell'uscita: 1

Dimensione della memoria: 2