Rappresentazione dell'informazione

Prof. Alberto Borghese
Dipartimento di Scienze dell'Informazione
borghese@di.unimi.it

Università degli Studi di Milano

Riferimenti al testo: Paragrafi 2.4, 2.9, 3.1, 3.2, 3.5 (codifica IEEE754)

Sommario

Rappresentazione binaria dell'Informazione

Sistema di numerazione binario

Conversione in e da un numero binario

Operazioni elementari su numeri binari: somma, sottrazioni.

I numeri decimali

Codifica IEEE754 dei numeri reali anche in forma denormalizzata.

Il linguaggio

Per farsi capire da un calcolatore, occorre parlare la sua stessa lingua.

Proprietà di potenze e logaritmi

$2^K \times 2^M = 2^{(K+M)}$ $\qquad$ $2^{K^M} = 2^{K*M} = 2^{M^K}$ $\qquad$ $2^{-K} = \dfrac{1}{2^K}$

Il logaritmo è l'operazione inversa dell'elevamento a potenza.

$\log_2(2^M) = M$ $\qquad$ $\log_2 K = -\log_2\left(\dfrac{1}{K}\right)$

$$\log_2 KM = \log_2 K + \log_2 M$$

Rappresentazione dell'informazione

Non solo conteggio, ma anche enumerazione di oggetti….

Noi rappresentiamo gli oggetti tramite parole composte da un alfabeto di simboli: A,B,…,Z,0,1,…,9,…

• Diversi alfabeti possono essere usati per rappresentare gli stessi oggetti.

• I simboli degli alfabeti possono assumere diverse forme.

• Segni su carta, livelli di tensione, fori su carta, segnali di fumo.

.....

Codifica dei caratteri alfanumerici

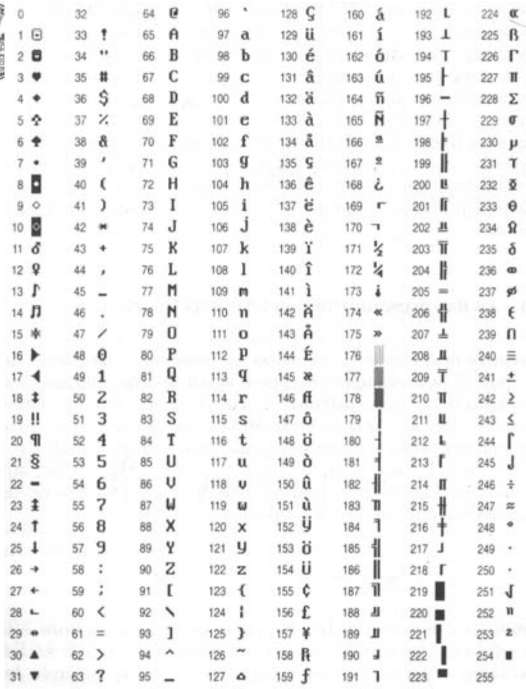
Quanti bit devono avere le parole binarie usate per identificare i 26 caratteri diversi dell'alfabeto inglese (es: A,B,…,Z)?

$2^4 < 26 < 2^5$

Quanti bit devono avere le parole binarie usate per identificare 26+26 oggetti diversi (es: A,B,…,Z, a,b,. .... z)?

$2^5 < 52 < 2^6$

Quanti bit servono per 100 oggetti? ceil [$\log_2 100$]



Il codice ASCII la rappresentazione dell'informazione alfanumerica

- •8 bit
- •0-31 codici di controllo.
- •128-255 extended ASCII

L'UNICODE

http://www.unicode.org. Codifica su 8, 16, 32 bit alfabeti diversi.

Latin	Malayalam	Tagbanwa	General Punctuation
Greek	Sinhala	Khmer	Spacing Modifier Letters
Cyrillic	Thai	Mongolian	Currency Symbols
Armenian	Lao	Limbu	Combining Diacritical Marks
Hebrew	Tibetan	Tai Le	Combining Marks for Symbols
Arabic	Myanmar	Kangxi Radicals	Superscripts and Subscripts
Syriac	Georgian	Hiragana	Number Forms
Thaana	Hangul Jamo	Katakana	Mathematical Operators
Devanagari	Ethiopic	Bopomofo	Mathematical Alphanumeric Symbols
Bengali	Cherokee	Kanbun	Braille Patterns
Gurmukhi	Unified Canadian Aboriginal Syllabic	Shavian	Optical Character Recognition
Gujarati	Ogham	Osmanya	Byzantine Musical Symbols
Oriya	Runic	Cypriot Syllabary	Musical Symbols
Tamil	Tagalog	Tai Xuan Jing Symbols	Arrows
Telugu	Hanunoo	Yijing Hexagram Symbols	Box Drawing
Kannada	Buhid	Aegean Numbers	Geometric Shapes

Sommario

Rappresentazione binaria dell'Informazione

Sistema di numerazione binario

Conversione in e da un numero binario

Operazioni elementari su numeri binari: somma, sottrazioni.

I numeri decimali

Codifica IEEE754 dei numeri reali anche in forma denormalizzata.

Tassonomia ed unità di misura

Hertz - numero di ciclo al secondo nei moti periodici (clock).

•MIPS - Milioni di istruzioni per secondo.
•MFLOPS - Milioni di istruzioni in virgola mobile (FLOating point) al secondo.

Prefissi:

k - chilo (mille:10^3).
M - mega (un milione:10^6).
G - giga (un miliardo: 10^9).
T – tera (1000 miliardi: 10^{12})
P – peta (1,000,000 miliardi: 10^{15})

m - milli (un millesimo: 10^{-3})
μ - micro (un milionesimo: 10^{-6})
n - nano (un miliardesimo: 10^{-9})
p – pico (un millesimo di miliardo: 10^{-12})
f – femto (un milionesimo di miliardo: 10^{-15})

Terminologia

Bit = binary digit.

- 1 byte = 8 bit.
- 1kbyte = 2^{10}byte = 1,024 byte
- 1Mbyte = 2^{20}byte = 1,048,576 byte.
- 1Gbyte =2^{30}byte = 1,073,741,824 byte.
- 1Tbyte =2^{40}byte = 1,099,511,627,776 byte.

- Parola (word) numero di bit trattati come un unicum dall'elaboratore.
- Le parole oggi arrivano facilmente a 64bit (Itanium).

Numerazione Simbolica

Sistema di numerazione mediante simboli (numerazione romana: I, V, X, L, C, M) il cui valore non dipende dalla posizione: e.g. XXXI = 31, XI = 11....

Sistema di numerazione posizionale (decimale): **cifra + peso.**
Il peso è la base elevata alla posizione della cifra.

1 ha un valore diverso nelle due scritture:
100
1000

Numerazione Posizionale

Alfabeto della numerazione:
{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} numerazione araba decimale.
{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F} numerazione esadecimale.
{0, 1} numerazione binaria.

Sistemi di numerazione binario, ottale ed esadecimale.

Conversioni decimale -> binario e viceversa.

Codifica posizionale di un numero

Fondata sul concetto di **base**: B = [b_0, b_1, b_2, b_3,.....].

Ciasun elemento, N, può essere rappresentato come combinazione lineare degli elementi della base: $N = \sum_k c_k b_k$

Esempi:

- $764,3_{10} = 7x10^2 + 6x10^1 + 4x10^0 + 3x10^{-1} = 764,3$ $b_k = B^k = 10^k$
- $12,21_{10} = 1x10^1 + 2x10^0 + 2x10^{-1} + 1x10^{-2} = 12,21$ $b_k = B^k = 10^k$
- $100,11_2 = 1x2^2 + 0x2^1 + 0x2^0 + 1x2^{-1} + 1x2^{-2} = 4,75$ $b_k = B^k = 2^k$

Osservazioni sulla numerazione binaria

Il linguaggio di un elaboratore elettronico è fatto di due segnali: **on** e **off**, rappresentati dai simboli **1** e **0 (alfabeto binario).**

• Sia le istruzioni che i dati sono rappresentati da *parole* di numeri binari.

• Un alfabeto binario non limita le funzionalità di un elaboratore a patto di avere parole di lunghezza sufficiente.

• 00000011001010001101000000100000 rappresenta un'istruzione di addizione in MIPS su 32 bit (add $k0, $t0, $t9).

Codifica binaria

Quanti oggetti diversi possiamo rappresentare con parole binarie di k bit?

• Con una parola di 1 bit rappresentiamo 2 oggetti (1 bit ha due possibili valori).

• Supponiamo di avere parole di k-1 bit. Quanti oggetti riescono a rappresentare?

2^{k-1} oggetti.

Esempio di codifica binaria

• Quanti oggetti diversi possiamo rappresentare con parole binarie di 3 bit?

0	000	A
1	001	B
2	010	C
3	011	D
4	100	E
5	101	F
6	110	G
7	111	H

Sommario

Sistema di numerazione binario

Rappresentazione binaria dell'Informazione

Conversione in e da un numero binario

Operazioni elementari su numeri binari (somma, sottrazione e moltiplicazione intera).

I numeri decimali

Codifica IEEE754 dei numeri reali anche in forma denormalizzata.

Conversione da base n a base 10

Un numero $N=[c_0, c_1, c_2, c_3,...]$ in base 10, $B = [b_0, b_1, b_2, b_3...]$ si trasforma in base n, R = $[r_0, r_1, r_2, r_3...]$, facendo riferimento alla formula:

$$N = \sum_k c_k b_k = \sum_{k=0}^{N-1} d_k r^k$$

• ciascuna cifra k-esima viene moltiplicata per la base corrispondente: $r_k = n^k$.

• i valori così ottenuti sono sommati per ottenere il numero in notazione decimale.

101 1101 0101due = $1\text{x}2^{10}$ **+** $0\text{x}2^9 + 1\text{x}2^8 + 1\text{x}2^7$ **+** $1\text{x}2^6 + 0\text{x}2^5 +$
$1\text{x}2^4$ **+** $0\text{x}2^3 + 1\text{x}2^2 + 0\text{x}2^1 + 1\text{x}2^0 =$
1024 + 256 + 128 + 64 + 16 + 4 +1 = 1493

"Spelling" di un numero

Vogliamo rappresentare $1493_{\textbf{dieci}}$

Unità		**1493 = 10 x 149 + 3**	← Cifra meno significativa
Decine	**(10x)**	**149 = 10 x 14 + 9**	
Centinaia	**(100x)**	**14 = 10 x 1 + 4**	
Migliaia	**(1000x)**	**1 = 10 x 0 + 1**	← Cifra più significativa

1493 = 3x1 + 9x10 + 4x100 + 1x1000

“estrazione” delle cifre decimali

Vogliamo estrarre le cifre di $1493_{\mathbf{dieci}}$. Porto le cifre alla destra della virgola:

1493 / 10 = 149,3 → esamino 149 → 3 unità
149 / 10 =14,9 → esamino 14 → 9 decine
14 / 10 = 1,4 → esamino 1 → 4 centinaia
1 / 10 = 0,1 → termina → 1 migliaia

Meccanismo di “estrazione”

Vogliamo estrarre le cifre di $1493_{\mathbf{dieci}}$. Porto le cifre alla destra della virgola.

Utilizzo la divisione intera per la base 10, il resto rappresenta la cifra decimale meno significativa.

1493 / 10 = 149 con R = 3 → 3 unità

149 / 10 =14 con R = 9 → 9 decine

14 / 10 = 1 con R = 4 → 4 centinaia

1 / 10 = 0 con R = 1 → 1 migliaia

Termina perchè non è rimasto nulla del numero.

Conversione base 10 -> base 2

"estrazione" delle cifre binarie

Vogliamo rappresentare 1493_{dieci} in binario: $\mathbf{10111010101_{due}}$

1493 / 2 = 746 + 1 ← Bit meno significativo (LSB)
746 / 2 = 373 + 0 **373*2 + 0 = 746**
373 / 2 = 186 + 1 **186*2 + 1 = 373 => (186*2+1)*2 = 373**
186 / 2 = 93 + 0
93 / 2 = 46 + 1
46 / 2 = 23 + 0
23 / 2 = 11 + 1
11 / 2 = 5 + 1
5 / 2 = 2 + 1
2 / 2 = 1 + 0
1 / 2 = 0 + 1 ← Bit più significativo (MSB)

Perché funziona?

Prendiamo il numero E0 e dividiamo per 2.
Se E0 è pari il resto, R0, sarà 0, altrimenti sarà 1. Infatti:
int (E0 / 2) * 2 + R0 = E0.

Chiamiamo E1 = int(E0 / 2) e procediamo.

Prendiamo E1 e dividiamo per 2. Chiamiamo E2 = int(E1 / 2). Se E1 è pari il resto, R1, sarà 0, altrimenti sarà 1. E1 = int (E1 / 2) * 2 + R1

Chiamiamo E2 = int(E1 / 2) e procediamo.

Prendiamo E2 e dividiamo per 2. Se E2 è pari il resto, R2, sarà 0, altrimenti sarà 1. E2 = int (E2 / 2) * 2 + R2.

Si procede fino a quando Ei non è < 2 (=1).

E0 = int [E0 / 2] * 2 + R0.
E0 = int [E1] * 2 + R0.
E0 = int [int (E1 / 2) * 2 + R1] * 2 + R0.
E0 = int [int(E2) * 2 + R1] * 2 + R0.
E0 = int [int[int(E2 / 2)*2 +R2] * 2 + R1] * 2 + R0. int(E2 / 2) = 0

Esempio:
$E0 = 5_{10} = ?_2$
R0 = resto(5/2) = 1

E1 = quoz(5/2) = 2

R1 = resto(2/2) = 0

E2 = quoz(2/2) = 1

R2 = resto(1/2) = 0

$E0 = R0 + R1 * 2 + R2 * 2^2$
$= 1\ 0\ 1$

Conversione base 10 -> base n: algoritmo

Un numero *x* in base 10 si trasforma in base *n* usando il seguente procedimento:

• Dividere il numero *x* per *n*
• Il resto della divisione è la cifra di posto 0 in base *n*
• Il quoziente della divisione è a sua volta diviso per *n*
• Il resto ottenuto a questo passo è la cifra di posto 1 in base *n*

• Si prosegue con le divisioni dei quozienti ottenuti al passo precedente fino a che l'ultimo quoziente è 0.

• l'ultimo resto è la cifra più significativa in base *n*

Esercizi

Dati i numeri decimali 23456, 89765, 67489, 121331, 2453, 111010101

• si trasformino in base 3
• si trasformino in base 7
• si trasformino in base 2

• Dati i numeri 23456_7, 121331_5, 2453_8, 111010101_2
• convertire ciascuno in decimale e in binario

Codifica esadecimale

Il codice esadecimale viene utilizzato come forma compatta per rappresentare numeri binari:

• 16 simboli: 0,1,…,9,A,B,…,F

• Diverse notazioni equivalenti:
0x9F
$9F_{16}$
9Fhex

$0x9F = 9x16^1 + 15x16^0 = 159_{10}$

Conversione esadecimale -> binario

Vogliamo rappresentare 9Fhex in binario. E' semplice.

• Ogni simbolo viene convertito in un numero binario di 4 cifre:
9**hex** --> 1001_{due}
F**hex** --> 1111_{due}
9F**hex** --> 10011111_{due}

• È sufficiente ricordarsi come si rappresentano in binario i numeri decimali da 0 a 15 (o derivarli)

Conversione binario -> esadecimale

Da binario ad esadecimale si procede in modo analogo:

•Ogni gruppo di 4 cifre viene tradotto nel simbolo corrispondente:

Esempio: convertire $1101011_{\mathbf{due}}$ in esadecimale:
$1011_{\mathbf{due}}$ --> $B_{\mathbf{hex}}$
$110_{\mathbf{due}}$ --> $6_{\mathbf{hex}}$ Viene aggiunto un “leading” 0
$1101011_{\mathbf{due}}$ --> $6B_{\mathbf{hex}}$

00000011001010001101000000100000 - add $k0, $t0, $t9

0x0328d020

Codifica dei numeri interi

Viene replicato il bit più significativo

Codifica su 16 bit:

Numeri naturali: $11_{10} = 1011_2 =$ 0000 0000 0000 1011
Replico il primo bit, parte integrante del numero

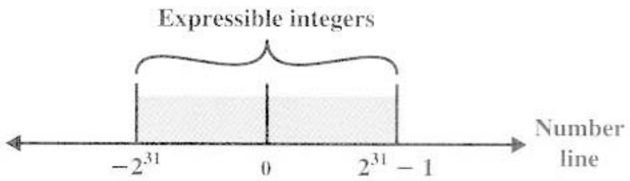
Numeri relativi: $+5_{10} = 0101_2 =$ 0000 0000 0000 0101
Numeri relativi: $-5_{10} = 1011_2 =$ 1111 1111 1111 1011
Replico il primo bit, quello del segno

Capacità di rappresentazione: Numeri Interi

Interi con segno su N bit. Range: $-2^{N-1} \leq n \leq 2^{N-1} - 1$.

Esempio: Visual C++. Intero è su 4byte (word di 32 bit):

$$-2^{31} = -2.147.483.650 \leq n \leq 2.147.483.649 = 2^{31} - 1$$



(a) Twos complement integers

Sommario

Sistema di numerazione binario

Rappresentazione binaria dell'Informazione

Conversione in e da un numero binario

Operazioni elementari su numeri binari: somma, sottrazione

I numeri decimali

Codifica IEEE754 dei numeri reali anche in forma denormalizzata.

Somma

```
111          ← Riporto
 1011 +
  110 =
-------
10001
```

Vorrei definire solo l'operazione di somma e non utilizzare la sottrazione

Numeri negativi: complemento a 1

I numeri negativi sono complementari ai numeri positivi: a + (-a) = 0

Codifica in complemento a 1: il numero negativo si ottiene cambiando 0 con 1 e viceversa.

Problema: Doppia codifica per lo 0.

000	0
001	1
010	2
011	3
100	-3
101	-2
110	-1
111	0

Numeri negativi: complemento a 2

I numeri negativi sono complementari ai numeri positivi: a + (-a) = 0

Codifica in complemento a 2: il numero negativo si ottiene cambiando 0 con 1 e viceversa, e sommando 1.

000	0	
001	1	negativo: 110 + 1 = 111 = -1
010	2	negativo: 101 + 1 = 110 = -2
011	3	negativo: 100 + 1 = 101 = -3
100	-4	
101	-3	
110	-2	
111	-1	

$(x_{31} \text{ x } -2^{31}) + (x_{30} \text{ x } 2^{30}) + (x_{29} \text{ x } 2^{29}) + \ldots + (x_1 \text{ x } 2^1) + (x_0 \text{ x } 2^0)$

NB La prima cifra è il bit di segno.

Perché complemento a 2?

- La rappresentazione in complemento a due deve il suo nome alla proprietà in base alla quale la somma senza segno di un numero di *n* bit e del suo complemento è pari a 2^n (peso del bit n+1)

7 + (-7) =	0111 + 1001 = 10000	2^4
5 + (-5) =	0101 + 1011 = 10000	2^4

- e quindi il complemento (o negazione) di un numero *x* in complemento a due è pari a $2^n - x$, ovvero il suo complemento a 2.

$2^4 - 7 = 1001$

$2^4 - 5 = 1011$

Doppia negazione

I numeri negativi sono complementari ai numeri positivi: a + (-a) = 0

Segue che **-(-a) = +a**

Codifica in complemento a 2: il numero negativo si ottiene cambiando 0 con 1 e viceversa, e sommando 1.

00	0	
01	1	10 + 1 = 11
10	-2	
11	-1	

Esempio:
$-(-2)_{10} = +2_{10}$

$-(10)_2$ => Complemento a 1 => 01 => Sommo 1 (complemento a 2) => $10_2 = 2_{10}$ c.v.d.

Sottrazione

Sommo i seguenti 2 numeri 11 + (-13):
$01011_2 = 11_{10}$
$10011_{10} = -13_{10}$

E' equivalente ad effettuare la differenza: 11 – 13.

00110
01011 +
10011 =

11110 ➔ -2_{10}

Sommario

Sistema di numerazione binario

Rappresentazione binaria dell'Informazione

Conversione in e da un numero binario

Operazioni elementari su numeri binari: somma, sottrazione.

I numeri decimali

Codifica IEEE754 dei numeri reali anche in forma denormalizzata.

Numeri decimali rappresentazione in fixed point

Numeri reali per il computer non sono i numeri reali per la matematica!!
E' meglio chiamarli float (numeri decimali), sono in numero finito.

Dato un certo numero di bit (stringa) per codificare il numero float, esistono due tipi di codifiche possibili:

Rappresentazione in fixed point.
La virgola è in posizione fissa all'interno della stringa.

Supponiamo di avere una stringa di 8 cifre, con virgola in 3a posizione:
27,35 = + | 27,35000
-18,7 = - | 18,70000
0,001456 = + | 00,00145(6)

Numeri decimali
rappresentazione floating point

Rappresentazione come mantissa + esponente. $E = \sum_k c_k b_k = \sum_{k=-M}^{N} c_k B^k$

Esempio di **rappresentazioni equivalenti**:
627,35 = 62,735 x 10^1 = **6,2735 x 10^2 = 0,62735 x 10^3** =
10^1 x ($6 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-3} + 5 \times 10^{-4}$) = 10^2 x 1,2735
In grassetto viene evidenziata la rappresentazione normalizzata.

Vengono rappresentati numeri molto grandi e molto piccoli.

Supponiamo di avere una stringa di 8 cifre. 5 per la mantissa, 2 per l'esponente: 0,001456 = + | 1456 | - | 03|

E' in virgola mobile, perchè la prima cifra prima della virgola ha un peso diverso a seconda dell'esponente.

Conversione base 10 -> base n: algoritmo

Un numero *x.y* in base 10 si trasforma in base *n* usando il seguente procedimento.

Per la parte intera, *x*, si applica l'algoritmo visto in precedenza:

- Dividere il numero *x* per *n*
- Il resto della divisione è la cifra di posto 0 in base *n*
- Il quoziente della divisione è a sua volta diviso per *n*
- Il resto ottenuto a questo passo è la cifra di posto 1 in base *n*

- Si prosegue con le divisioni dei quozienti ottenuti al passo precedente fino a che l'ultimo quoziente è 0.

- l'ultimo resto è la cifra più significativa in base *n*

«Estrazione» delle cifre decimali contenute dopo la virgola

Vogliamo estrarre le cifre di $0{,}3672_{\mathbf{dieci}}$. Porto le cifre alla **sinistra** della virgola:

0,3672 * 10 = 3,67 → esamino 0,672 → 3 decimi
0,672 * 10 =6,7 → esamino 0,72 → 6 centesimi
0,72 * 10 = 7,2 → esamino 0,2 → 7 millesimi
0,2 * 10 = 2,0 → termina → 2 decimillesimi

Conversione base 10 -> base 2

"estrazione" delle cifre binarie dopo la virgola

Vogliamo rappresentare $0{,}625_{\mathbf{dieci}}$ in binario: $\mathbf{0{,}101}_{\mathbf{due}}$

0,625 * 2 = 1,250 => 1
0,250 * 2 = 0,500 => 0
0,500 * 2 = 1,000 => 1
0,0000

$$1*2^{-1} + 0*2^{-2} + 1*2^{-3} = ½ + 1/8 = 0{,}5 + 0{,}125 = 0{,}625$$

Conversione base 10 -> base n: algoritmo per la parte frazionaria

Un numero *x,y* in base 10 si trasforma in base *n* usando il seguente procedimento.

Per la parte frazionaria, *y*:

• Moltiplicare il numero *y* per *n*
• La prima cifra del risultato coincide con la cifra di posto 1 dopo la virgola.
• Si elimina la parte intera ottenuta e si considera la nuova parte frazionaria.
• La parte frazionaria ottenuta viene moltiplicata per la base *n*.
• La prima cifra del risultato coincide con la cifra di posto 2 dopo la virgola.
• Si prosegue con le moltiplicazioni della parte frazionaria fino a quando non diventa 0 o non si esaurisce la capacità di rappresentazione.

Conversione base 10 -> base n: algoritmo per la parte frazionaria

Un numero *x,y* in base 10 si trasforma in base *n* usando il seguente procedimento.

Per la parte frazionaria, *y*:

• Moltiplicare il numero *y* per *n*
• La prima cifra del risultato coincide con la cifra di posto 1 dopo la virgola.
• Si elimina la parte intera ottenuta e si considera la nuova parte frazionaria.
• La parte frazionaria ottenuta viene moltiplicata per la base *n*.
• La prima cifra del risultato coincide con la cifra di posto 2 dopo la virgola.
• Si prosegue con le moltiplicazioni della parte frazionaria fino a quando non diventa 0 o non si esaurisce la capacità di rappresentazione.

A.A .unimi.it\

Errori di approssimazione

Esempio: $10,75_{10} = 1010,11_2$

Esempio: $10,76_{10} = 1010,1100001..._2$

10 : 2 => 0
5 : 2 => 1
2 : 2 => 0
1 : 2 => 1
1010,

0,75 *2 => 1
(1),50 *2 => 1
(1),00 =>
11

0,76 *2 => $1x2^{-1}$
(1),52*2 => $1x2^{-2}$
(1),04*2 => $0x2^{-3}$
(0),08 *2 => $0x2^{-4}$
(0),16 *2 => $0x2^{-5}$
(0),32 *2 => $0x2^{-6}$
(0),64 *2 => $1x2^{-7}$ (2^{-7} = 0,0078125)
(1),28 ………..

Errori di approssimazione: arrotondamento e troncamento.

Con 7 bit di parte fraz, rappresento:
0,5+0,25+0,0078125 = 0,7578125
Errore = 0,0011875

Sommario

Sistema di numerazione binario

Rappresentazione binaria dell'Informazione

Conversione in e da un numero binario

Operazioni elementari su numeri binari: somma, sottrazione.

I numeri decimali

Codifica IEEE754 dei numeri reali anche in forma denormalizzata

Standard IEEE 754 (1980)

http://stevehollasch.com/cgindex/coding/ieeefloat.html

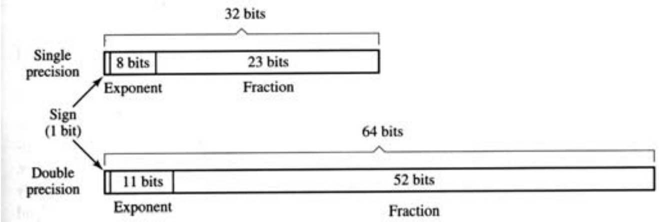


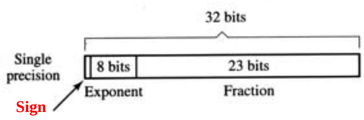
Figure 2-10 **Single-precision and double-precision IEEE 754 floating point formats.**

Rappresentazione polarizzata dell'esponente:

Polarizzazione pari a 127 per singola precisione =>
1 viene codificato come 1000 0000.

Polarizzazione pari a 1023 in doppia precisione.
1 viene codificato come 1000 0000 000.

Codifica mediante lo standard IEEE 754

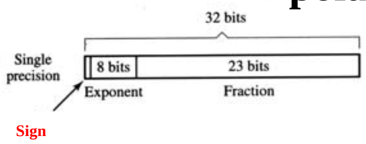


Esempio: N = $-10{,}75_{10} = -1010{,}11_2$

1) Normalizzazione: ±1,xxxxxx Esempio: $-1{,}01011 \times 2^3$
2) Codifica del segno 1 = - 0 = +
3) Calcolo dell'esponente, exp.

s	Exp+127	Parte Frazionaria

Calcolo dell'esponente in notazione polarizzata



Esempio: N = $-10{,}75_{10} = -1010{,}11_2$
$= -1{,}01011_2 \times 2^3$

Calcolo dell'esponente, e, in rappresentazione polarizzata (si considerano solo 254 esponenti sui 256 possibili):

	Codifica	Exp effettivo del numero
	1111 1111 = 255 →	*Codifica riservata*
	1111 1110 = 254 →	+127
	1000 0010 = 130	**+3**
	1000 0001 = 129 →	+2
	1000 0000 = 128 →	+1
Polarizzazione:	0111 1111 = 127 →	0
	0111 1110 = 126 →	-1
	0000 0001 = 1 →	-126
	0000 0000 = 0 →	*Codifica riservata*

N = 1 | 1000 0010 | 0101 1000 0000 0000 0000 000

Configurazioni notevoli nello Standard IEEE 754

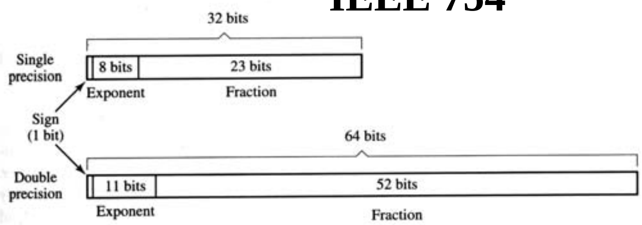


Figure 2-10 Single-precision and double-precision IEEE 754 floating point formats.

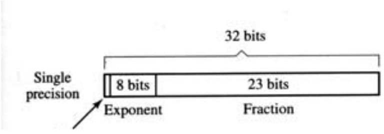
Configurazioni notevoli:

0	Mantissa: 0	Esponente: 00000000
+∞	Mantissa: 0	Esponente: 11111111.
NaN	Mantissa: ≠0.	Esponente: 11111111.

Range degli esponenti (8 bit): 1--254 => $-126 \le exp \le +127$.

Numeri float: $1.0 \times 2^{-126} = 1.175494351 \times 10^{-38} \div 3.402823466 \times 10^{38} = 1.1....11 \times 2^{127}$

Capacità dello Standard IEEE 754



Range degli esponenti (8 bit): 1--254 => $-126 \leq exp \leq +127$.
Minimo float (in valore assoluto!): 1.0×2^{-126}
Massimo float: $1.1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 111 \times 2^{+127}$
Capacità float:

Minimo: $1.175494350822288 \times 10^{-38}$ (1.175494350822288e-038)
Massimo: 3.402823466385289e+038 x 10^{38} (3.402823466385289e+038)

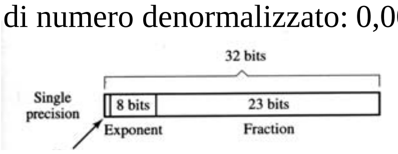
Discontinuità tra Minimo_float e 0 il delta è $1.175494350822288 \times 10^{-38}$

Si può fare di meglio?

Numero denormalizzato Mantissa: $\neq 0$ Esponente: 00000000

Denormalizzazione nello Standard IEEE 754

Esempio di numero denormalizzato: $0{,}000001 \times 2^{-126}$



Range degli esponenti (8 bit): 1--254 => $-126 \leq exp \leq +127$.
Minimo float (in valore assoluto!): $1.0 \times 2^{-126} = 1.175494350822288 \times 10^{-38}$

Tuttavia abbiamo anche la mantissa a disposizione. Se troviamo una codifica per cui possiamo scrivere 0,0000 0000 0000 0000 00000 001, otteniamo un numero più piccolo (in valore assoluto!) pari a : $2^{(-23-126)} = 1.401298464324817 \times 10^{-45}$.
Discontinuità tra Minimo_float e 0 diventa $2^{-149} = 1.401298464324817 \times 10^{-45}$

Configurazioni notevoli:

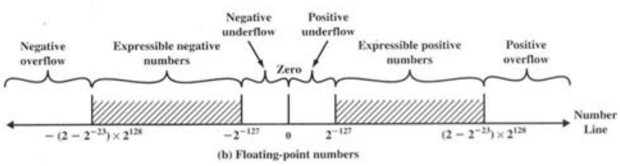
0	Mantissa: 0	Esponente: 00000000
$+\infty$	Mantissa: 0	Esponente: 11111111.
NaN	Mantissa: $\neq 0$.	Esponente: 11111111.
Numero denormalizzato	Mantissa: $\neq 0$	Esponente: 00000000

Risoluzione della codifica dei reali

Distanza tra due numeri vicini.

Fixed point: Risoluzione fissa, pari al peso del bit meno significativo.

Esempio su 8 bit: +1111,101 la risoluzione per tutti i numeri sarà: $1 \times 2^{-3} = 0{,}125$



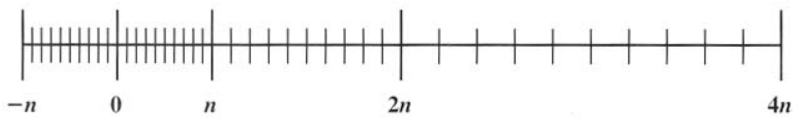
Floating point: Risoluzione ***relativa*** fissa, pari al peso del bit meno significativo.

Il bit meno significativo è in 23a posizione in singola precisione => 2^{-23}, ne consegue che la risoluzione sarà 2^{-23} volte il numero descritto.

Esempi:

100,....... = 1,000 x 2^2 => La risoluzione sarà $2^{-23} \times 2^2 = 2^{-21}$

1.0 x 2^{-126} => La risoluzione sarà $2^{-23} \times 2^{-126} = 2^{-149}$



Sommario

Sistema di numerazione binario

Rappresentazione binaria dell'Informazione

Conversione in e da un numero binario

Operazioni elementari su numeri binari: somma, sottrazione

I numeri decimali

Codifica IEEE754 dei numeri reali anche in forma denormalizzata.